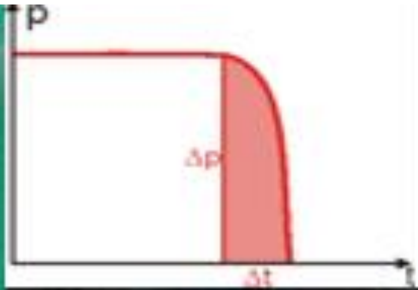
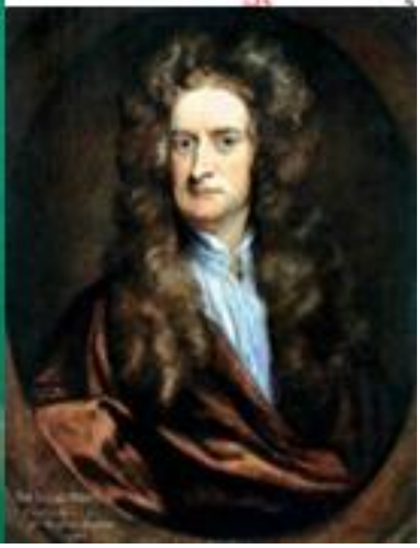
Einführung in die Mechanik

2 Kräfte





Warum bewegen sich Körper eigentlich? Was hat das Billard spielen mit Isaac Newton und Crashtests zu tun? Dies sind Themen des folgenden Kapitels

Kantonsschule Solothurn
Reto Basler Stotzer
Oktober 2012

Inhaltsverzeichnis

2.1 Träge Masse

Abbildung 1: Das Urkilogramm – ein vielfältiges Objekt. Quelle: Wikipedia

Möchte man ein ruhendes Fahrrad mit Muskelkraft in Bewegung versetzen, so muss man sich dazu anstrengen. Nimmt man statt des Fahrrads ein Auto und versucht dieses mit Hilfe von reiner Muskelkraft in Bewegung zu versetzen, so muss man sich mehr anstrengen als beim Fahrrad. Sowohl der Drahtesel wie auch das Auto widersetzen sich einer Änderung ihres Bewegungszustandes. Physikalisch sagt man, dass die beiden Körper unterschiedlich Körper träge seien. Das Automobil ist träger als das Fahrrad. Aber um wieviel ist das Auto träger? Um diese Frage zu beantworten, muss man einen Standardkörper zu Hilfe nehmen und die Trägheit von Körpern bezüglich der Referenz vergleichen.
Als Vergleichskörper dient das schon bekannte Urkilogramm. Hat ein Körper dieselbe Trägheit wie das Urkilogramm, so besitzt er auch dieselbe Masse.

Der Begriff der Masse ist also ein Mass für die Trägheit von Körpern. Als Symbol für die Masse wird der kleine Buchstabe "m" verwendet.

2.2 Impuls

Wir stellen uns eine Styroporkugel und eine Bleikugel mit jeweils gleichem Volumen vor, die beide aus der Ruhe und von derselben Höhe auf eine Sandoberfläche fallen. Das Ergebnis der Wechselwirkung der Kugeln mit der Sandoberfläche wird unterschiedlich ausfallen. Die Bleikugel wird trifft mit grösserer Wucht auf als die Styroporkugel. Aus der Kinematik wissen wir, dass die Geschwindigkeit der beiden Kugeln vor dem Aufprall gleich gross gewesen ist[1]. Die unterschiedliche Wirkung muss demnach auf die unterschiedliche Masse der Kugeln zurückzuführen sein.
In einem zweiten Gedankenexperiment stellen wir uns vor, dass die Bleikugel nun aktiv – das heisst mit einer Anfangsgeschwindigkeit – auf die Sandoberfläche geworfen wird. In diesem Fall wird die Bleikugel mit grösserer Wucht auf den Sand auftreffen, verglichen mit der Situation ohne Anfangsgeschwindigkeit. Da die Masse der Bleikugel in beiden Fällen die gleiche ist, muss die unterschiedliche Wirkung der Kugeln auf die Sandoberfläche auf ihre unterschiedliche Geschwindigkeiten zurückzuführen sein.
Die Wechselwirkung von Körpern und Objekten hängt also nebst ihrer Masse auch von ihren Geschwindigkeiten ab. Diese "Wirkungsfähigkeit" wird in der Physik ***Impuls p*** genannt und ist definiert als das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit eines Körpers:

[1] $v=\sqrt{2gh}$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad (1)$$

mit der Einheit

$$[p] = [m] \cdot [v] = kg \cdot \frac{m}{s} \,. \qquad (2)$$

2.3 Ursache von Bewegungen oder Verformungen

Wenn ein Objekt *deformiert* wird, seine *Geschwindigkeit* oder seine *Richtung ändert*, so schliessen wir daraus, dass "irgendetwas" diesen Effekt verursacht hat. Etwas trat mit dem Objekt in Wechselwirkung. Dieses abstrakte "Etwas" wird ***Kraft*** genannt. Wir alle gebrauchen diesen Begriff wie selbstverständlich – und doch hat nie jemand eine Kraft je gesehen. Wirkt eine Kraft auf ein Objekt ein, so verändert sich immer dessen Impuls. Anhand dieser sicht- und messbaren Impulsänderung kann man dann auf das Wirken von Kräften schliessen.

2.3.1 Die Knautschzone

Abbildung 2: Béla Barény (1902-1997), Quelle: www.wienerzeitung.at

Bei Autounfällen mit Frontalzusammenstössen gab es früher, trotz des Sicherheitsgurtes, sehr viele Tote oder Schwerverletzte. Um diesem Problem beizukommen, erfand der Mercedes Ingenieur Béla Barényi (Abbildung 2) 1952 die Knautschzone. Vor dieser Erfingung waren der Front- und der Heckbereich eines Fahrzeugs sehr starr. Barény setzte auf verformbare Front- und Heckbereiche. Doch was bewirken diese Änderungen? Dazu betrachten wir die Geschwindigkeits – Zeit Diagramme in Abbildung 3. Das v-t Diagramm in Abbildung 3a) zeigt den Aufprall eines Fahrzeuges ohne Knautschzone in eine Wand. Fährt ein Auto mit Knautschzone unter ansonsten gleichen Bedingungen gegen eine Wand, so sieht das v-t Diagramm qualitativ aus wie in Abbildung 3b) dargestellt. In beiden Fällen ist die erreichte Geschwindigkeitsänderung Δv gleich gross, im Fall b) wird diese aber in einer grösseren Zeitspanne Δt erreicht. Der Aufprall wird sanfter, weil durch die Knautschzone der Bremsweg verlängert wird.

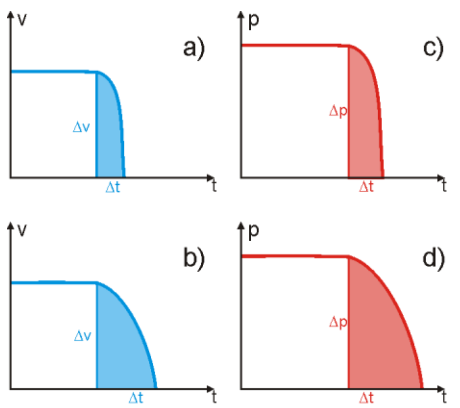


Abbildung 3: Einfluss einer Knautschzone auf das v-t respektive p-t - Diagramm

2.4 Die Definition der Kraft

Wir würden spontan sagen, dass auf die Insassen im Fahrzeug a) die grössere Kraft wirkt als im Fall b) und deshalb auch lieber im zweiten Auto Platz nehmen. In beiden Fällen im obigen Beispiel erfahren die Insassen der Fahrzeuge aber die jeweils gleiche Änderung ihres Impulses, wie in den dazugehörigen Impuls-Zeit Diagrammen Abbildung 3c) und d) gezeigt ist. Offensichtlich ist für die Kraft relevant, in welcher Zeit die Impulsänderung stattfindet. Dies führt zur physikalischen *Definition der Kraft*:

Die Kraft F ist der Quotient aus einer Impulsänderung Δp und der Zeitspanne Δt, in der diese Änderung erfolgt.

Mathematisch ausgedrückt wird dies

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \qquad (3)$$

geschrieben.
Die Einheit der Kraft ergibt sich daraus zu

$$[F] = \frac{kgm}{s^2} = N \qquad (4)$$

wobei N für Newton steht – zu Ehren des berühmten Physikers Isaac Newton. Von diesem Herrn werden wir noch viel zu hören bekommen.

2.5 Die Newtonschen Axiome

1687 veröffentlichte Issac Newton in seiner Veröffentlichung "Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie" die erste korrekte Version der Bewegungsgesetze der klassischen Mechanik. Wir werden die drei Grundgesetze der Bewegung nun diskutieren.

2.5.1 Das erste Newtonsche Axiom - Das Trägheitsprinzip

Newton kam auf den Gedanken, dass eine Kraft auf einen Körper einwirken muss, damit dieser nicht mehr in seinem – wie man damals sagte – natürlichen Zustand verharrt sondern sich zu bewegen beginnt. Ohne eine äussere Kraft bleibt ein Körper in Ruhe – solange man ihn auch ansieht, bis in alle Ewigkeit.
Lässt man einen Puck über eine Eisfläche gleiten, so kommt dieser irgendwann zur Ruhe – warum aber eigentlich? Ursache für den Verlust an Geschwindigkeit sind kleine Unebenheiten im Eis, welche den Puck langsam abbremsen. Diese Unebenheiten erzeugen das, was wir allgemein als Reibung verstehen. Ohne

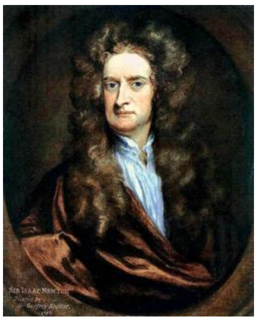


Abbildung 4: Isaac Newton (1643 – 1727). Quelle: Wikipedia

diese Reibung aber würde ein Puck – eine unendlich ausgedehnte Eisbahn vorausgesetzt – bis in alle Ewigkeit weiterschlittern. Er käme nie zur Ruhe. Diese beiden Aussagen fasst man zusammen zum *Ersten Newtonschen Axiom*

Wenn keine Gesamtkraft auf einen Körper einwirkt[2], so kann sich seine Geschwindigkeit nicht ändern. Er kann also auch nicht beschleunigen

Dieser einfache Satz hat weit reichende Konsequenzen. Er ist der Grund dafür, dass Sie in einem Auto einen Sicherheitsgurt tragen müssen. Dieser verbindet Sie mit der Karosserie des Fahrzeugs. Bei einer Vollbremsung bleiben Sie so mit dem Sitz verbunden. Tragen Sie keine Gurte, so bremst das Fahrzeug ab. Da Sie aber nicht mit dem Sitz verbunden sind, wirkt die Bremskraft nicht auf ihren Körper – dieser ändert damit seine Geschwindigkeit erst, wenn eine Kraft auf ihn wirkt – diese Kraft wird dann häufig vom Armaturenbrett oder der Frontscheibe erzeugt, die den Insassen dann unsanft abbremst.

Abbildung 5: Mit freundlicher Genehmigung von www.auto-reporter.net

Damit die Kraft auf die Insassen bei einem Zusammenstoss nicht zu gross wird, versucht man die bei einem Unfall auftretenden Kräfte dazu zu nutzen, die Karosserie zu verformen. Dabei wird die Knautschzone deformiert aber die Fahrgastzelle bleibt intakt.

2.5.2 Das Inertialsystem

Man könnte nun auf die Idee kommen, dass das Trägheitsprinzip überflüssig sei, weil eine Binsenwahrheit. Dem ist natürlich nicht so. Mit dem Trägheitsprinzip werden Bezugssysteme festgelegt, in dem die Newtonschen Axiome ihre Gültigkeit haben. Solche Bezugssysteme nennt man Inertialsysteme. Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, welches relativ zum Fixsternhimmel in Ruhe ist, oder sich relativ zu diesem gleichförmig geradlinig bewegt. Ein solches Bezugssystem ist näherungsweise auch unsere Erde.
Ein Bus ist zum Beispiel kein Inertialsystem, da ein stehender Fahrgast *scheinbar* ohne äussere Einwirkung nach vorne fällt, wenn der Bus abrupt bremsen muss.

[2] Auf einen Körper können viele Kräfte einwirken – gleichwohl kann die Gesamtkraft auf den Körper null sein!

2.5.3 Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften

2.5.3.1 Die resultierende Kraft oder Ersatzkraft F_{res}

Bei jedem Problem, das mit einer der drei Kraftwirkungen verbunden ist, werden als erstes die wirkenden Kräfte auf den Körper eingezeichnet. Als nächste muss man – natürlich nur wenn mehr als eine Kraft wirkt – diese zusammenzählen. Denn mehrere Kräfte zusammen entfalten eine Wirkung, welche immer auch durch eine einzige Kraft alleine hätte erzeugt werden können (*Superpositionsprinzip*). Diese eine Kraft nennt man *resultierende Kraft* oder *Ersatzkraft*.

Erst die resultierende Kraft (Ersatzkraft) ermöglicht eine Aussage über die Wirkung aller am Objekt angreifender Kräfte!

Das Zusammenzählen kann aber komplizierter sein, als man denkt, denn die Kräfte können in unterschiedliche Richtungen zeigen. Glücklicherweise werden in fast allen Problemen die auftretenden Kräfte parallel oder antiparallel zueinander liegen, so dass die Addition der Kräfte sehr einfach vonstattengeht.

Die resultierende Kraft entspricht der Summe aller Kraftpfeile!

2.5.3.2 Addition von Kräften

Kräfte auf einer gemeinsamen Wirkungslinie kann man sehr einfach zur resultierenden Kraft kombinieren. Zeigen die beiden Kräfte in die gleiche Richtung, so werden einfach die Beträge addiert (Abbildung 6a)), zeigen sie in entgegen gesetzte Richtungen, so werden die Beträge subtrahiert (Abbildung 6b)), um den Betrag der resultierenden Kraft zu erhalten.

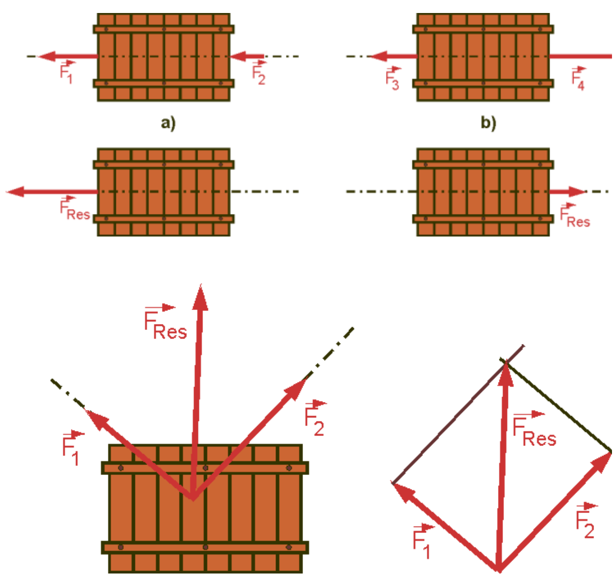


Abbildung 6: Vektorielle Addition von Kräften.

Liegen die zusammenwirkenden Kräften nicht auf einer gemeinsamen Wirkungslinie, so werden sie geometrisch addiert. Dabei werden jeweils zwei Kräfte bis zum Schnittpunkt ihrer Wirkungslinie verschoben und setzt sie massstäblich zum Kräfteparallelogramm zusammen.
Besonders einfach ist dies dann der Fall, wenn die beiden angreifenden Kräfte senkrecht zueinander stehen, wie in Abbildung 6 unten gezeigt.

Dann berechnet sich der Betrag der resultierenden Kraft nach Pythagoras nach $F_{RES} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

2.5.3.3 *Zerlegen von Kräften*

Auf die gleiche Weise wie oben beschrieben, kann man eine Kraft in mehrere Kräfte (Komponenten) zerlegen. Das Vorgehen soll am Beispiel einer Strassenlaterne (Abbildung 7) detailliert beschrieben werden. Die

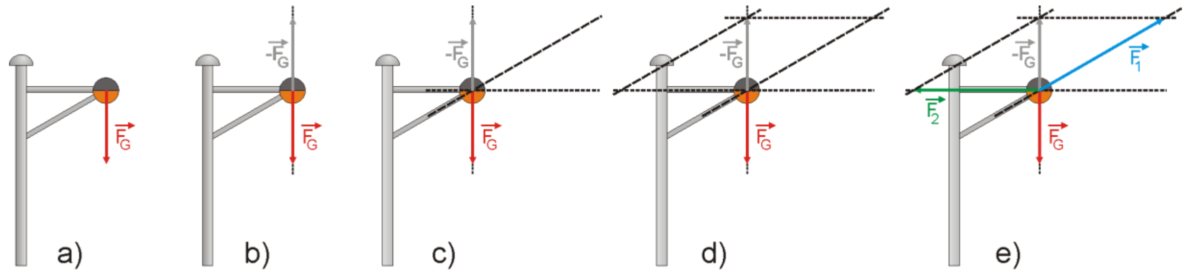


Abbildung 7: Vorgehen beim Zerlegen von Kräften.

Gewichtskraft der Lampe zeigt nach unten (Abbildung 7a). Da sie offensichtlich nicht runterfällt, muss eine gleich grosse Kraft nach oben entlang der Wirkungslinie der Gewichtskraft zeigen (Abbildung 7b), welche wir einfach mal mit $-\vec{F}_G$ bezeichnen. Diese Kraft wird erzeugt durch die beiden Haltestangen. Die Wirkungslinien der gesuchten Kräfte verlaufen entlang der Achsen dieser beiden Haltestangen (Abbildung 7c). Nun werden die beiden Wirkungslinien parallel durch die Spitze von $-\vec{F}_G$ verschoben, wodurch ein Parallelogramm entsteht (Abbildung 7d). Nun kann man die beiden gesuchten Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ mit denen die beiden Haltestangen belastet werden, einzeichnen (Abbildung 7e). Man erkennt, dass die schräge Stange auf Druck belastet wird und die Horizontale auf Zug.

2.5.3.4 *Kräftegleichgewicht*

Gemäss dem ersten Newtonschen Axiom befindet sich ein Körper in Ruhe, wenn die Summe aller angreifenden Kräfte auf diesen Körper null ist. Man spricht von einem Kräftegleichgewicht.
Hier ist in Abbildung 8 zur Veranschaulichung ein im Wasser schwimmender Korken gezeigt.
In diesem Beispiel wissen wir etwas über die resultierende Kraft F_{Res}: da der Korken schwimmt, sich also weder nach oben noch nach unten bewegt, müssen sich die beiden Kräfte aufheben und die resultierende Kraft muss null sein.

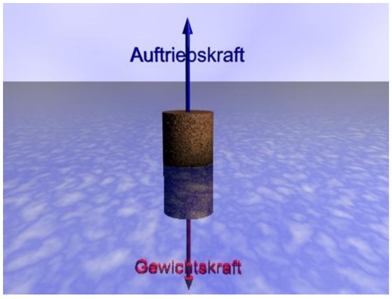


Abbildung 8: Kräfte an einem schwimmenden Objekt.

Ist die Summe aller angreifenden Kräfte null, muss der Körper aber nicht zwingend ruhen – er kann auch mit konstanter Geschwindigkeit unterwegs sein. Dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn ein Auto mit konstanter Geschwindigkeit über eine Landstrasse fährt. Die Zugkraft des Motors wird von Reibungskräften gerade kompensiert. Davon aber später mehr.

2.5.4 Das 2. Newonsche Axiom

Aus der Definition der Kraft (3) folgt durch etwas umformen

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a} \qquad (5)$$

Die Beschleunigung, die eine Kraft erzeugt, hängt also von der Masse des beschleunigten Objekts ab.
Dieses Gesetz heisst auch *Grundgleichung der Mechanik* und ist *als 2. Newtonsches Axiom* bekannt! Nun können wir die Krafteinheit auch verständlicher definieren:

1 N entspricht derjenigen Kraft, die einem Körper mit der Masse 1 kg die Beschleunigung 1 m/s^2 erteilt.

Beispiel: Welche Kraft ist erforderlich, um einen Körper mit der Masse 1000 kg mit 0.5 m/s^2 zu beschleunigen?

Wir benutzen $F = m \cdot a = 1000\,kg \cdot \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} = 500\frac{kg \cdot m}{s^2} = \underline{\underline{500\,N}}$

Um 1 Tonne mit 0.5 m/s^2 zu beschleunigen, benötigt man also eine Kraft von 500 N.

Beispiel: Wie gross ist die Masse eines Körpers, der durch eine Kraft von 10 N eine Beschleunigung von 0.1 m/s^2 erhält?
Aus $F = m \cdot a$ erhalten wir durch einfaches Umformen

$$m = \frac{F}{a} = \frac{10\,N}{\frac{1}{10}\frac{m}{s^2}} = 10 \cdot 10\,N \cdot \frac{s^2}{m} = 100\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{s^2}{m} = \underline{\underline{100\,kg}}$$

Das Trägheitsprinzip ist als Spezialfall bereits im 2. Newtonschen Axiom enthalten. Wirkt auf einen Körper keine Kraft, so ist F = 0 und deshalb auch a = 0, da F = m·a = 0 sein muss. Dies schliesst aber *nicht* aus, dass die Geschwindigkeit des Körpers grösser als null ist!

2.5.5 Das 3. Newtonsche Axiom (Wechselwirkungsprinzip)

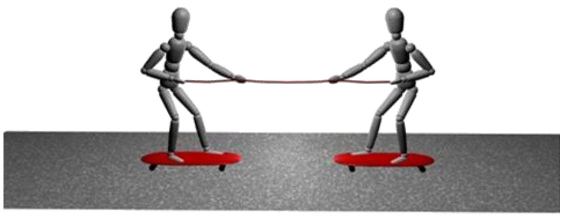


Abbildung 9: Versuch zum 3. Newtonschen Axiom.

In Abbildung 9 ist schematisch ein Versuch mit zwei Menschen dargestellt. Die beiden Personen stehen auf Skateboards und halten gemeinsam ein Seil. Bewegen sich beide aufeinander zu, dann kann man nicht unterscheiden, ob nun der eine oder andere am Seil zieht oder gleich beide miteinander. Wenn die eine Person eine Kraft erzeugt, so wirkt auf diese die gleich grosse entgegengesetzte Kraft.
Die Verallgemeinerung dieser Ausführung ist als das *dritte Newtonsche Axiom* bekannt:

Kräfte treten immer paarweise auf. Sie sind gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet. Im allgemeinen greifen sie an verschiedenen Körpern an.

Ein weiteres Beispiel: wenn eine Person auf dem Boden sitzt, so wirkt dadurch ihre Gewichtskraft auf den Boden. Der Boden erzeugt eine gleich grosse, entgegengerichtete Kraft; die Reaktionskraft oder Normalkraft.

2.6 Spezielle Kräfte

2.6.1 Die Gewichtskraft F_G

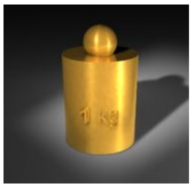


Abbildung 10: Objekte besitzen alle eine Gewichtskraft.

Die Gewichtskraft hat viele Namen. Man nennt sie auch Gewicht, Schwerkraft oder Erdanziehungskraft. Die Gewichtskraft ist diejenige Kraft, welche auf einen Körper der Masse m beim freien Fall wirkt. Wie wir schon gelernt haben, beträgt die Fallbeschleunigung im Mittel g = 9.81 m/s^2. Die Gewichtskraft kann demnach ausgedrückt werden durch

$$F_G = m \cdot g \qquad (6)$$

Beachten Sie, dass die Ortsabhängigkeit der Gewichtskraft durch die ortsabhängige Fallbeschleunigung zustande kommt. Dies wollen wir sogleich an einem Beispiel klarmachen.

Beispiel: Wie gross ist die Gewichtskraft eines Körpers der Masse 70 kg auf der Erde und auf dem Mond?

Auf der Erde beträgt die Gewichtskraft $F_G^{Erde} = m \cdot g^{Erde} = 70kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 686.7N$.

Auf dem Mond ist die Gewichtskraft $F_G^{Mond} = m \cdot g^{Mond} = 70kg \cdot 1.62 \frac{m}{s^2} = 113.4N$.

Dies entspricht in etwa 1/6 von F_G^{Erde}!

Grundsätzlich zeigt die der Vektor der Gewichtskraft immer zum Mittelpunkt der sie erzeugenden Masse hin.

2.6.2 Die Federkraft oder das Hookesche Gesetz

Ermittelt man die Kraft, welche erforderlich ist, um eine Feder um eine Bestimmte Strecke Δy zu dehnen, so wird man ein Diagramm erhalten, wie es in Abbildung 11 gezeigt ist. So ein Diagramm nennt man Federkennlinie. Man erkennt, dass die Deformations- oder Federkraft F_D und die Dehnung $\Delta y = y_1 - y_0$ proportional zueinander sind. Wir können für die Dehnungskraft F_D darum

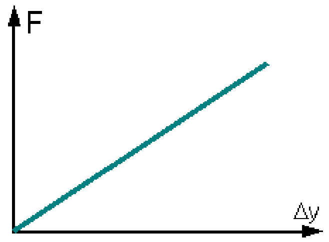


Abbildung 11: Kraft – Auslenkungsdiagramm einer Feder, auch Kennlinie genannt.

$$F_D = -D \cdot \Delta y \tag{7}$$

schreiben. Dies ist das nach Robert Hook benannte Hookesche Gesetz. Der Proportionalitätsfaktor *D heisst Federkonstante* und wird in der Einheiten *N/m* angegeben!

Die Standardsituation an einer Feder ist in Abbildung 12 gezeigt. Abbildung 12a) zeigt die unbelastete Feder. In Abbildung 12b) wurde die Feder belastet. Insgesamt ist die Anordnung in Ruhe. Das bedeutet, dass die Gewichtskraft F_G gleich gross ist wie die Federkraft F_D. Jedoch zeigen die beiden Kräfte in entgegengesetzte Richtungen, so dass sie sich zu null addieren.

Das Hookesche Gesetz heisst nichts anderes, als dass eine doppelt so grosse Auslenkung einer Feder eine doppelt so grosse Kraft benötigt.

Bei einem grossen D ist es schwierig, die Feder zu dehnen. Man spricht von einer *harten* Feder. Ist das D hingegen klein, spricht man von einer *weichen* Feder.

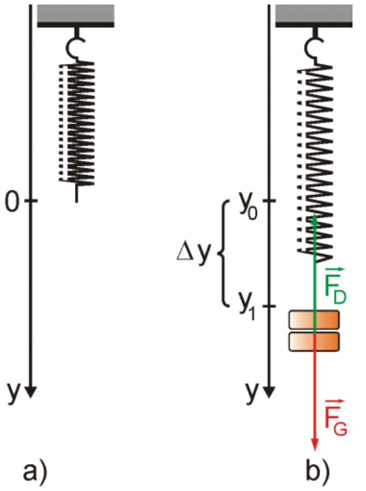


Abbildung 12: Standard Kräftefigur an der Feder.

Es ist anzumerken, dass das Hookesche Gesetz nur für *elastische* Körper gilt – die Verformung muss wieder verschwinden, sobald die Deformationskraft verschwindet. Allerdings können elastische Körper überdehnt werden. In diesem Fall verschwindet die Verformung nicht mehr, auch wenn die Deformationskraft null wird.

Beispiel: Eine Feder besitze eine Federkonstante von D = 300 N/m. Ein Körper mit einer Masse von 4 kg hänge an der Feder, ohne sich zu bewegen. Bestimmen Sie die Auslenkung der Feder.

Lösung: Als Hilfe bedienen wir uns der Abbildung 12. Der Körper befindet sich in Ruhe, also muss die Summe aller angreifenden Kräfte gleich null sein. In horizontaler Richtung wirken keine Kräfte. In vertikaler Richtung wirken die Gewichtskraft und die Deformationskraft der Feder. Diese müssen nach der Vorgabe entgegengesetzt gleich gross sein:

$$\vec{F_G} + \vec{F_D} = \vec{0} \text{ oder } \vec{F_D} = -\vec{F_G}$$

Mit Beträgen ausgedrückt lautet die Gleichung $F_D = -F_G$

Nun wählen wir das Koordinatensystem so, dass die positive y – Richtung nach unten zeigt, negative y-Richtung nach oben (x-Achse brauchen wir nicht). Somit wird:

$$-D\Delta y = -mg$$

Löst man dies nach $\Delta y = \frac{mg}{D} = \frac{4kg \cdot 9.81\frac{m}{s^2}}{300\frac{N}{m}}$ auf und setzt Zahlen ein, so erhält man Δy = 0.131 m.

2.6.2.1 *Kennlinien von Federn*

Wie sieht das Kraft – Auslenkungsdiagramm einer weichen Feder im Vergleich mit einer harten Feder aus? Der entsprechenden Linie sagt man auch *Kennlinie*.

Bei der Feder a) in Abbildung 13 ist mehr Kraft nötig, um sie um z.B. 40 cm zu dehnen als bei Feder b). Deshalb ist Feder a) härter als Feder b).

Die Feder c) ist ein Spezialfall: bis zu einer Auslenkung von etwa 30 cm reagiert die Feder entsprechend dem Hookschen Gesetz, dann flacht die Kurve ab – es ist nun also weniger Kraft nötig, um eine Verlängerung der Feder zu erzielen, als vorher für dieselbe Verlängerung nötig war. Die Feder wurde über ihren elastischen Bereich hinaus gedehnt!

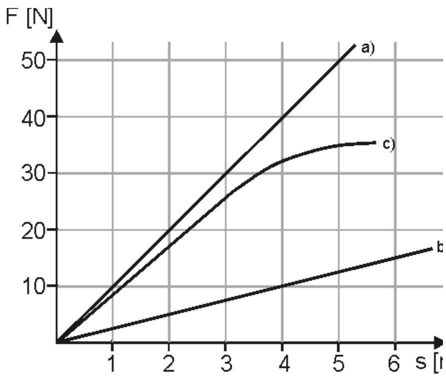
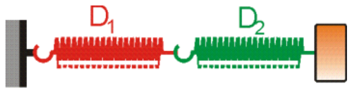
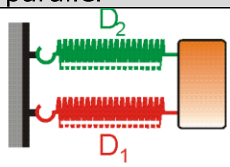


Abbildung 13: Kennlinien verschiedener Federn. Bei a) und b) handelt es sich um hooksche Federn, wobei a) härter ist als b). Bei c) verläuft die Kennlinie degressiv (z.B. beim Sportbogen).

2.6.2.2 Kopplung von Federn

Federn kann man natürlich auch aneinander koppeln. Dann gelten folgende Gesetzmässigkeiten für die Federkonstante D_{Ersatz} der Anordnung:

	in Serie	parallel
		
Gleichgewichts Federkonstante D_{eq} –	$\frac{1}{D_{Ersatz}}=\frac{1}{D_1}+\frac{1}{D_2}$	$D_{Ersatz}=D_1+D_2$
Auslenkung der beiden Federn	$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2}=\frac{D_2}{D_1}$	$\Delta y_1=\Delta y_2$

2.6.3 Die Reibungskraft F_R

Die bereits erwähnte Kraft, welche der Bewegung eines Körpers entgegenwirkt, nennt man Reibungskraft F_R. Stellen Sie sich vor, Sie möchten eine Kiste aus Holz an einen anderen Ort schieben. Wenn Sie mit einer kleinen Kraft an der Kiste ziehen, so wird sich diese wahrscheinlich nicht bewegen. Grund dafür ist, dass der Boden eine horizontale Reibungskraft F_{Haft} erzeugt, die die von Ihnen aufgebrachte Kraft ausgleicht. Betrachten wir dazu Abbildung 14 links. Die sogenannte *Haftreibungskraft* ist gleich gross wie die Zugkraft F_{Zug} und die Kiste bleibt in Ruhe.

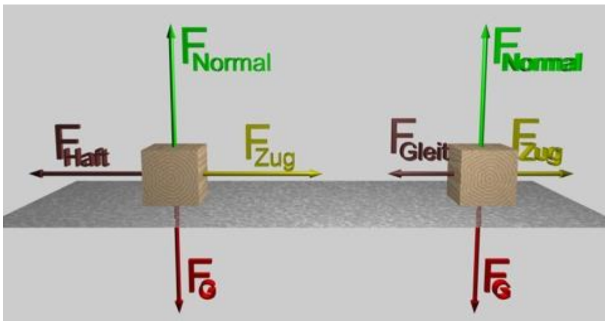


Abbildung 14: Kräftesituation am Körper unter Einbezug der Reibung.

Ziehen Sie fest genug an der Kiste, so wird diese irgendwann mit einem Ruck beginnen, über den Boden zu gleiten. Wenn die Kiste gleitet, merkt man, dass die Zugkraft während der Gleitphase kleiner ist, als die Kraft benötigte Kraft, die Kiste in Bewegung zu versetzen. Aber der Gleitvorgang der Kiste erfordert immer noch eine Kraft, weil eine ebensogrosse Kraft der Bewegung entgegenwirkt. Man nennt sie die *Gleitreibungskraft*. Die Gleitreibungskraft ist immer geringer als die Haftreibungskraft desselben Körpers auf der betrachteten Oberfläche.

Je nach Anwendung benennt man die beiden Reibungskräfte dann anders (z.B. Rollreibung, Seilreibung innere Reibung etc.).

2.6.3.1 Ursachen der Reibungskräfte

Ursache von Reibung ist immer die elektrostatische Wechselwirkung von Molekülen oder Atomen. Auch scheinbar völlig glatte Oberflächen sind sehen auf mikroskopischer Ebene wie Gebirge aus. Das bewirkt eine Verzahnung, wenn man zwei Körper miteinander in Kontakt bringt. Durch das Anheben des Körpers, das Wegbiegen oder Wegbrechen der Zähne (Schleifvorgang) wird die Bewegung gegeneinander gehemmt. Bei glatten Flächen machen sich aufgrund des engen Kontaktes die molekularen Haftkräfte als Bewegungshemmer bemerkbar!

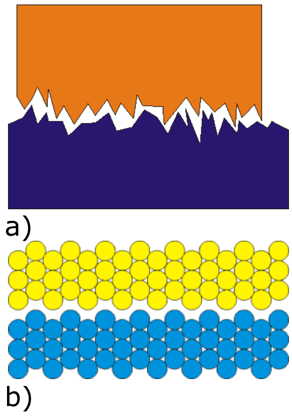


Abbildung 15: Ursache der Reibungskraft.

2.6.3.2 Berechnung der Reibungskraft

Die Reibungskraft nimmt mit der Normalkraft F_N linear zu und ist abhängig von den Oberflächen der Kontaktflächen. Für die Reibungskraft zwischen zwei Reibflächen gilt

$$F_R = \mu \cdot F_N \,. \tag{8}$$

Die Reibungszahlen oder Reibungskoeffizienzen μ sind abhängig von den Oberflächen. Eine Auswahl findet sich in Tabelle 1. Grundsätzlich sind die Haftreibungszahlen grösser als die entsprechenden Gleitreibungszahlen. Interessant ist die Tatsache, dass die Reibungskraft von der Auflagefläche unabhängig ist.

Tabelle 1: Reibungszahlen einiger Stoffkombinationen. Quelle: Bergmann-Schäfer Band 1, W. de Gruyter, Berlin

Stoffpaare	μ_{Haft}	μ_{Gleit}
Stahl / Stahl	0.75	0.5
Eisen / Eisen	1.10	0.4
Stahl / Aluminium	0.61	0.47
Glas / Glas	0.94	0.4
Holz / Holz	0.6	0.4
Stahl / Glas	0.6	0.1
Stahl / Eis	0.3	0.1
Teflon / Eis	0.1	0.05
Gummi / trockener Asphalt	0.9	0.8
Gummi / nasser Asphalt	0.5	0.4
Gummi / Eis	0.05	0.05

2.7 Anhang

2.7.1 Der Schwerpunkt

Die Ausdehnung von Körpern macht uns dabei das Leben nicht schwerer. Denn jeder Körper weist einen Punkt auf, der sich auch bei jeder noch so komplizierten Bewegung gleichförmig bewegt – das heisst, die Bewegungsbahn dieses Punktes kann auch weiterhin mit den bekannten Formeln berechnet werden. Diesem Punkt sagt man Schwerpunkt.
Wenn wir von jetzt an von der Bewegung eines Körpers sprechen, so meinen wir im Grunde nur die Bewegung seines *Schwerpunktes*. Im Moment bleiben also alle Erscheinungen ausser Betracht, die auf eine Verformung oder Rotation des Körpers zurückgehen.

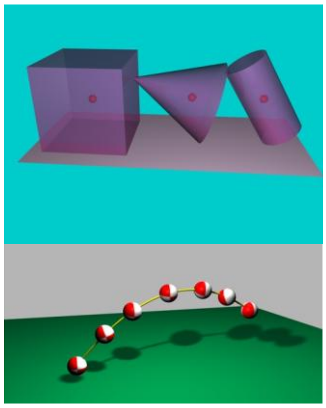


Abbildung 16: Körperschwerpunkte.

2.7.2 Die Kraft als Vektor

Die Kraft ist eine vektorielle Grösse. Was man darunter versteht, wird nun dargestellt.

Greifen zwei Kräfte am selben Ort eines Objekts an und zeigen sie in dieselbe Richtung, so hängt die Wirkung vom *Betrag* der jeweiligen Kraft ab, wie dies in Abbildung 17a) dargestellt ist.
Greifen zwei Kräfte mit dem gleichen Betrag am selben Punkt eines Körpers an, so hängt ihre Wirkung von der *Richtung* der Kräfte ab (Abbildung 17b))
Falls zwei Kräfte mit unterschiedlichem Betrag und gleicher Richtung an einem Körper angreifen, so hängt ihre Wirkung von ihrem *Angriffspunkt* am Körper ab, siehe Abbildung 17c)!

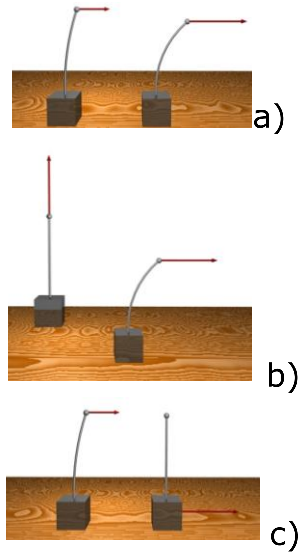


Abbildung 17: Darstellung der Kraft als Vektor.

2.7.2.1 Der Vektorpfeil

Diese drei Informationen, Betrag, Richtung und Angriffspunkt einer Kraft, werden in Zeichnungen in einem *Kraftpfeil* (Vektor) erfasst.

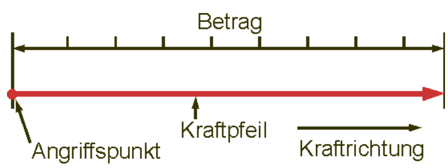


Abbildung 18: Eigenschaften des Vektorpfeils.

Der Anfangspunkt des Pfeils liegt im Angriffspunkt der Kraft am Körper!
Die Pfeilrichtung zeigt in die Richtung, in die die Kraft wirkt!
Die Länge des Pfeils gibt den Betrag der Kraft an!

Erst durch diese drei Angaben ist die Wirkung einer Kraft in einer Zeichnung eindeutig festgelegt!