Im nun folgenden Kapitel werden wir Oszillatoren koppeln und uns ans Wellenreiten machen..

Die grosse Welle von Kanagawa, von Katsushika Hokusai (~1830). Quelle: Wikipedia

Inhaltsverzeichnis

9 Wellen

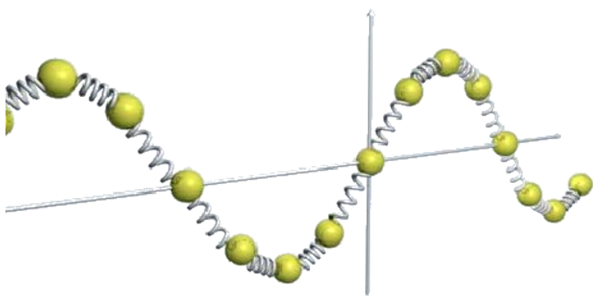
Wir haben bisher Objekte betrachtet, welche für sich alleine harmonische Schwingungen ausführen können. Solche Objekte nennt man harmonische Oszillatoren. Beispiele dafür sind das Faden- und das Federpendel. Im folgenden betrachten wir viele gleichartige harmonische Oszillatoren, welche aneinander gekoppelt sind (z.B. durch kleine Federn). Wir interessieren uns dafür was passiert, wenn ein Oszillator, in einer Schar von gekoppelten Oszillatoren, in Bewegung versetzt wird.

9.1 Wellenarten

Bewirkt eine örtliche Störung eine gleichartige Störung in den benachbarten Punkten und setzt sich dieser Vorgang von Nachbarpunkt zu Nachbarpunkt fort, so entsteht eine fortlaufenden Welle. Eine Welle ist also eine wandernde Störung. Dabei wird aber keine Materie sondern “lediglich“ Energie transportiert.

9.1.1 Transversal- und Longitudinalwelle (Quer- und Längswellen)

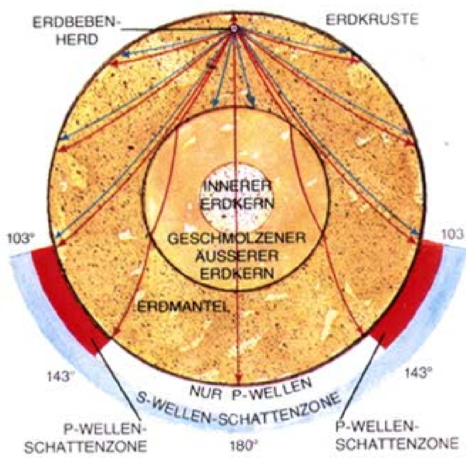
Werden die einzelnen gekoppelten Oszillatoren durch die Störung quer zur Fortpflanzungsrichtung der Welle ausgelenkt, so spricht man von einer Transversalwelle (Querwelle). Lenkt die Störung die Oszillatoren in Fortpflanzungsrichtung aus, so nennt man dies eine Longitudinalwelle (Längswelle).



Im Innern von Flüssigkeiten und Gasen können nur Längswellen entstehen, weil die seitliche Kopplung zu den Nachbarn fehlt.

9.1.2 Oberflächenwellen

Obige zwei Wellenarten kommen im **Innern** der Substanz vor. Wirft man einen Stein ins Wasser, so entstehen ebenfalls Wellenzüge. Diese Wellen sind aber nicht mit Transversalwellen zu verwechseln. In Wahrheit handelt es sich bei der Oberflächenwelle um eine Kombination aus Transversal- und Longitudinalwelle.



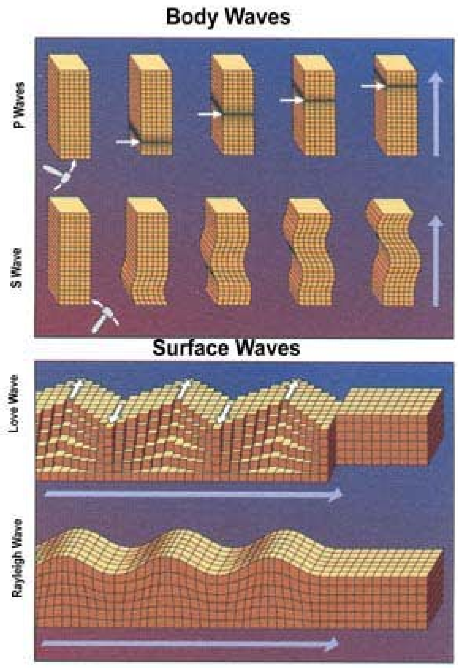
Quelle: unbekannt

Anwendung: Ein Beispiel aus der Seismik

Ein Erdbeben versetzt die umgebenden Teilchen in Bewegung. Diese können dabei in Ausbreitungsrichtung der Störung schwingen (Longitudinalwelle), wodurch das Erdreich gedehnt und gestaucht wird. Diese Art der Erdbebenwellen nennt man P – Wellen (von Primär). Das Gestein kann aber auch quer zur Ausbreitungsrichtung schwingen (Transversalwelle). Man sagt diesen dann S – Wellen (von Sekundär).

Beide Wellenformen schwingen im Frequenzbereich von 0.1 bis 30 Hertz. Während sich P – Wellen in Flüssigkeiten und festem Gestein ausbreiten können, bleibt die Existenz von S – Wellen auf die flüssigen Gebiete innerhalb des Erdballs beschränkt. Die P – Wellen sind mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von 6 – 12 km/s fast doppelt so schnell wie die S – Wellen, die mit 3.5 – 7.4 km/s unterwegs sind.

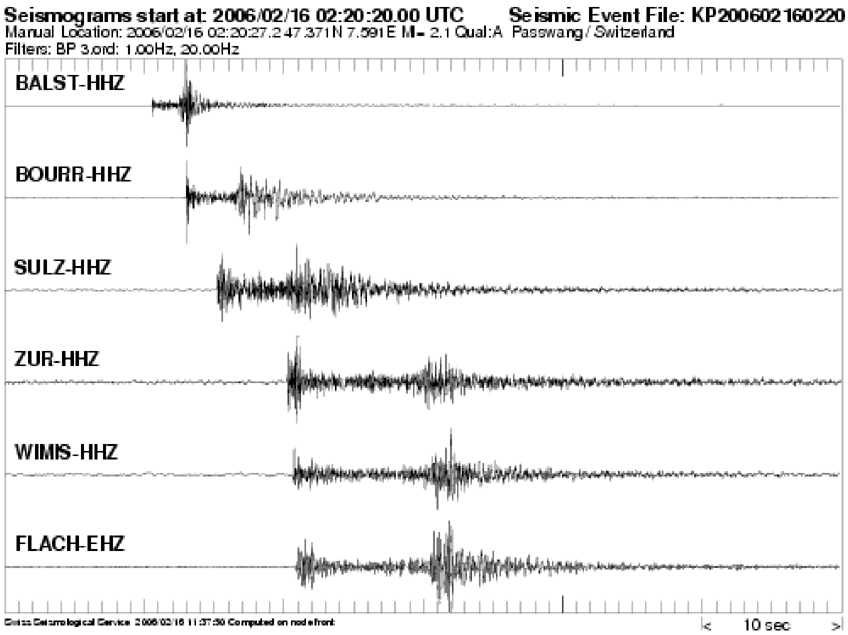
Beide Wellenformen können auch die Erdoberfläche erreichen. Dann kommt es zur Ausbildung von Oberflächenwellen. Dabei unterscheidet man zwei Typen. Die Love – Wellen verursachen Verschiebungen in horizontaler Richtung (und damit grosse Zerstörung), die Rayleigh – Wellen erzeugen eine auf und ab Bewegung.



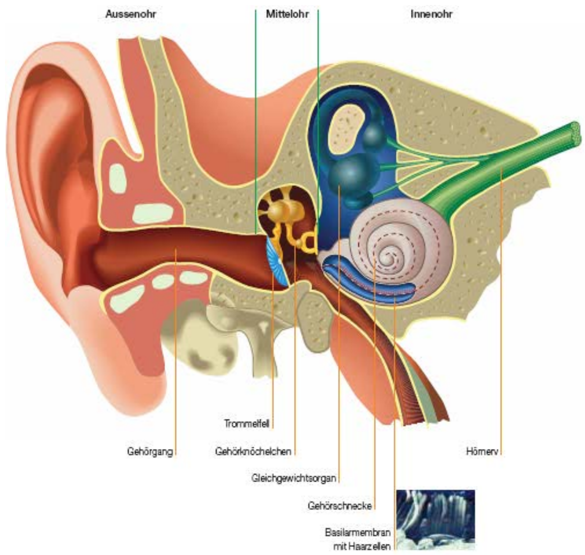
Quelle: unbekannt

Seismogramme

Da die Primär- und die Sekundärwellen unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten haben, kann man Anhand eines Seismogramms die Entfernung und die Tiefe eines Erdbebens ermitteln.

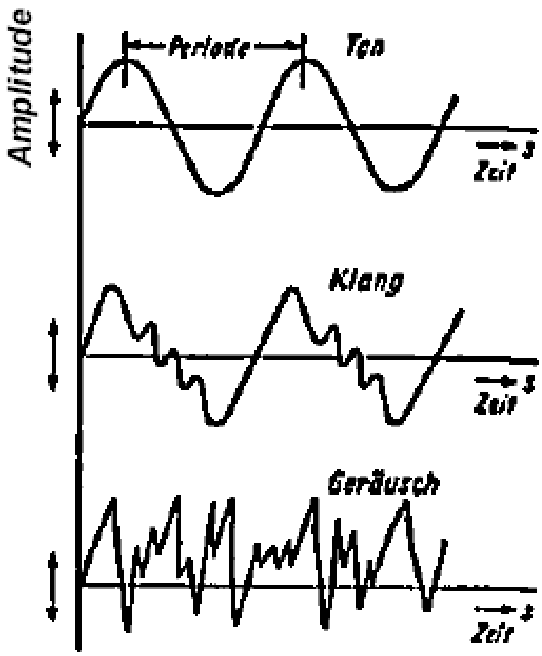


Anwendung: Schall und Schallausbreitung



Quelle: unbekannt

Schall entsteht, wenn Luftmoleküle zu Schwingungen angeregt werden. Hält man ein Lineal auf dem Pult in der Art fest, dass ein Teil des Lineals noch bewegbar ist, und schlägt den Lineal nun an, so hört man einen Ton, der umso höher ist, je rascher der Lineal schwingt. Wie funktioniert dies aber?
Bewegt man den Lineal hinreichend langsam hin und her, so hört man keinen Ton; die Luft strömt einfach um den schwingenden Lineal herum. Schwingt der Lineal hingegen sehr schnell, so kann die Luft den Lineal nicht mehr umströmen, da für diesen Vorgang zuwenig Zeit zur Verfügung steht. Der ausschlagende Lineal presst die angrenzende Luftschicht zusammen. Dadurch steigt der Druck in der unmittelbaren Umgebung, was eine Kompression der benachbarten Luftschicht zur Folge hat. Es breitet sich eine Druckwelle aus; eine Longitudinalwelle. Diese Druckwelle gelangt schliesslich an unser Ohr, wo sie das Trommelfell in Schwingungen versetzt. So wird die Druckschwankung in elektrische Signale übersetzt. Diese Signale empfinden wir dann als Schall. Dabei unterscheiden wir je nach Signal zwischen Geräusch, Klang und Ton. Die Schallwelle eines Tones besteht nur aus einer Frequenz und ist rein sinusförmig. Klänge sind Überlagerungen von Schallwellen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude, wobei die Frequenzen in einem ganzzahligen Verhältnis stehen. Sie setzen sich aus Grund- und Obertönen zusammen. Klänge aus mehr als zwei Tönen werden Akkorde genannt. Beim Geräusch ist die Frequenz der Grundschwingung noch deutlich zu sehen. Sie bestimmt die Tonhöhe.



Quelle: unbekannt

Für alle bisherigen Wellen gilt, dass sie ein Medium für ihre Ausbreitung benötigen (wir sprechen von mechanischen Wellen). Wenn das wahr ist, so sollte man im Vakuum keine Geräusche wahrnehmen können. Dazu machen wir ein kleines Experiment, in dem wir einen Wecker unter einer evakuierten Glasglocke läuten lassen.

Wir merken uns also

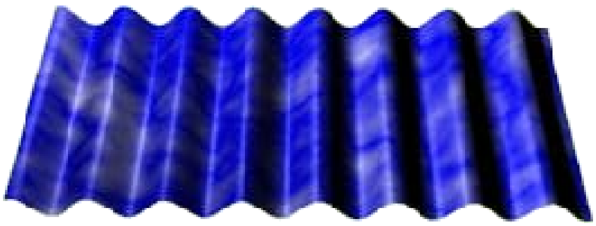
Ohne die Anwesenheit eines Überträgermediums ist die Ausbreitung von mechanischen Wellen nicht möglich!

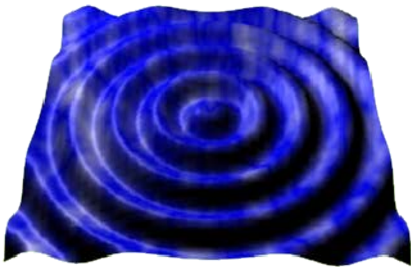
9.2 Begriffsdefinition

Für die harmonische Welle gelten die gleichen Begriffe, wie für die harmonische Schwingung:

Amplitude der Welle = Amplitude der Oszillatoren
Schwingungsdauer der Welle = Schwingungsdauer der Oszillatoren
Frequenz der Welle = Frequenz der Oszillatoren

Zusätzlich tauchen weitere Begriffe auf, die bei Schwingungen nicht vorkommen:





Den Abstand zweier Wellenberge (Wellentäler) nennt man **Wellenlänge** λ. Die **Fortpflanzungsgeschwindigkeit c** ist die Geschwindigkeit, mit der sich ein Wellenberg (Wellental) oder eine Verdichtung (Verdünnung) in der Fortpflanzungsrichtung verschiebt. Parallel dazu nennt man die Geschwindigkeit, mit der die einzelnen Oszillatoren gerade schwingen die **Schnelle v**.
Ein Wellenzug schiebt sich während der **Schwingungsdauer T** gerade um eine Wellenlänge λ vorwärts, es folgt somit für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c:

$$c=\frac{\lambda}{T} \text{ bzw. } c=\lambda\cdot f$$

9.3 Die Ausbreitung von Druckwellen (Schall) in Gasen

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen im Medium Luft wurde erstmals um 1640 vom französischen Mathematiker Marin Mersenne (1588 - 1648) ermittelt. Er benutzte hierzu eine Kanone, die in bekanntem Abstand aufgestellt war und ermittelte die Zeitdifferenz zwischen dem Blitz beim Abfeuern der Kanone und dem Eintreffen des Knalls. Als Schallgeschwindigkeit ergaben sich mehr als 330 m/s.

Quelle: unbekannt

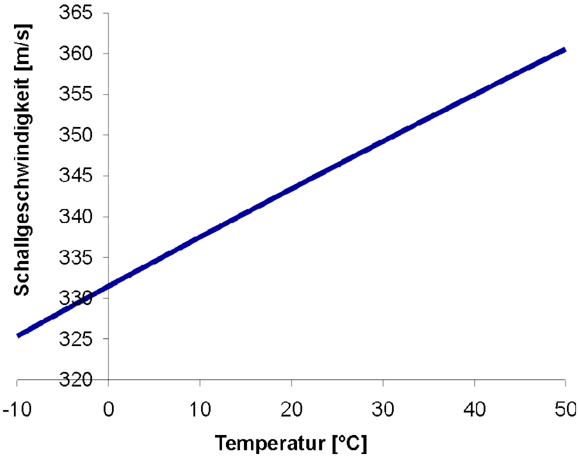
Bessere Experimentier-Anordnungen ergaben, dass sich der Schall im Winter langsamer ausbreitet als im Sommer. Die Schallgeschwindigkeit steigt also mit steigender Temperatur. Bei 0°C beträgt die Schallgeschwindigkeit 331 m/s, bei 100 °C aber schon 386 m/s.
Allgemein gilt für die Ausbreitung von Schallwellen in Gas die Gleichung

$$c_l = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}},$$

wobei R die allgemeine Gaskonstante, T die absolute Temperatur und M die molare Masse sind. Die Konstante γ ist der so genannte Adiabatenexponent. Dieser beträgt für zweiatomige Moleküle, wie z,B, Luft, γ = 1.4. Der Adiabatenexponent ist definiert zu

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

wobei c_p und c_v die Wärmekapazitäten bei konstantem Druck, respektive konstantem Volumen darstellen. Sie finden die Werte für c_p und c_v in einschlägigen Formelwerken.



Für die Ausbreitung von Schallwellen in Luft gilt näherungsweise die folgende Formel

$$c_{Schall,Luft} \approx 331.5 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{1 + \frac{\vartheta}{273.15}},$$

wobei ϑ für die Temperatur in Grad Celsius steht.

9.4 Die Ausbreitung von Störungen in Flüssigkeiten und Festkörpern

Für die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten gilt eine ähnliche Beziehung:

$$c_l = \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot \chi}},$$

hierbei ist ρ die Dichte und χ die Kompressibilität des Mediums. In Festkörpern sind Longitudinalwellen und Transversalwellen möglich, man wird also auch zwei Geschwindigkeiten für die Schallausbreitung erhalten:

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad c_t = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Die verschiedenen Symbole stehen hierbei für E: Elastizitätsmodul (F&T S169), A: Fläche (Querschnitt), σ: (Zug-)Spannung. Die Massenbelegung μ gibt die Masse pro Längeneinheit an, es gilt also $\mu = m/l$. Die restlichen Symbole haben ihre normale Bedeutung.

9.5 Energie

Ein Ausbreitungsmedium von Wellen kann man beschreiben als eine Vielzahl aneinander gekoppelter Oszillatoren. Jeder einzelne von ihnen hat die Energie $2\pi^2 m f^2 A^2$, wie bereits bekannt ist. Die Gesamtenergie einer Welle setzt sich dann zusammen aus der Summe aller Einzelenergien der n beteiligten Oszillatoren:

$$E = 2\pi^2 f^2 A^2 \left(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n\right) = 2\pi^2 f^2 A^2 M \ ,$$

wobei M die Gesamtmasse des Teiles im Medium ist, der von der Welle erfasst wird. Wichtig bei obiger Formel ist die Tatsache, dass die transportierte Energie einer Welle quadratisch mit der Frequenz und der Amplitude zunimmt.

9.6 Töne und Lautstärke

9.6.1 Was ist ein Ton?

Wir benutzen eine Lochsirene, um den Zusammenhang von Tonhöhe und Frequenz zu untersuchen. Die Lochsirene besteht aus einer Kreisscheibe, in der in konzentrischen Kreisen 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45 und 48 Löcher in gleichen Abständen eingebohrt sind. Die Kreisscheibe wird nun mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht und die Lochreihen der Reihe nach mit Druckluft angeblasen. Man hört eine Tonfolge, die uns als Dur-Tonleiter bekannt ist. Steigert man die Winkelgeschwindigkeit der Kreisscheibe, so erhöht sich auch die Frequenz. Man hört klar, dass auch die Tonhöhe zugenommen hat, die Charakteristik der Tonfolge bleibt aber dieselbe. Offensichtlich werden die Intervalle durch die konstant gebliebenen Frequenzverhältnisse festgelegt. Wir können uns also merken:

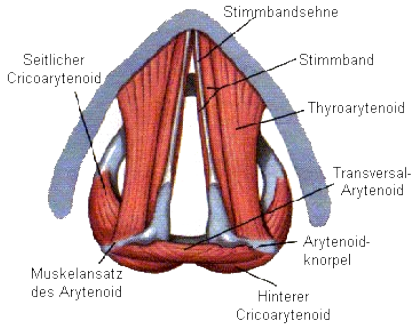
Die Frequenz einer Schallwelle bestimmt die Tonhöhe. Das Intervall zweier Töne wird durch das Frequenzverhältnis der entsprechenden Schallwellen bestimmt.

So konnte man nun den Kammerton $\bar{a}$ einheitlich festlegen. Man ordnete ihm die Frequenz 440 Hz zu. Durch diese Definition können den einzelnen Tönen eindeutige Frequenzen zugewiesen werden, wie in der folgenden Tabelle gezeigt wird.

Ton	$\bar{c}$	$\bar{d}$	$\bar{e}$	$\bar{f}$	$\bar{g}$	$\bar{a}$	$\bar{h}$	$\bar{c}$
Frequenz in Hertz	264	297	330	352	396	440	495	528
relatives Frequenzverhältnis	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Intervall bezüglich des Grundtones	Prim	Sekund	Terz	Quart	Quint	Sext	Septim	Oktav

Anwendung: Spracherzeugung

Auf dieselbe Art und Weise wie die Lochsirene erzeugen wir mit unseren Stimmbändern Töne. Dabei flattern die Stimmbänder aber nicht im Luftstrom hin und her – vielmehr öffnen und schliessen sie sich periodisch beim Ausatmen, wodurch jeweils ein Luftstoss erzeugt wird, wie bei der Lochsirene. Das Öffnen und Schliessen geschieht entsprechend der Frequenz des entstehenden Tones!



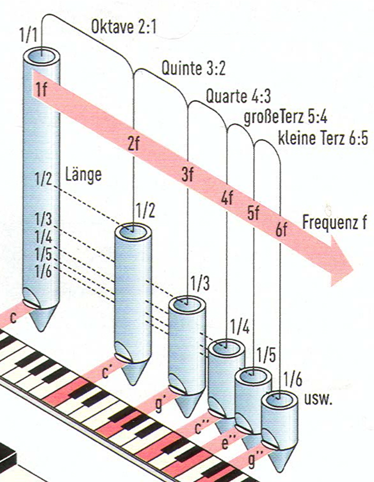
Quelle: unbekannt

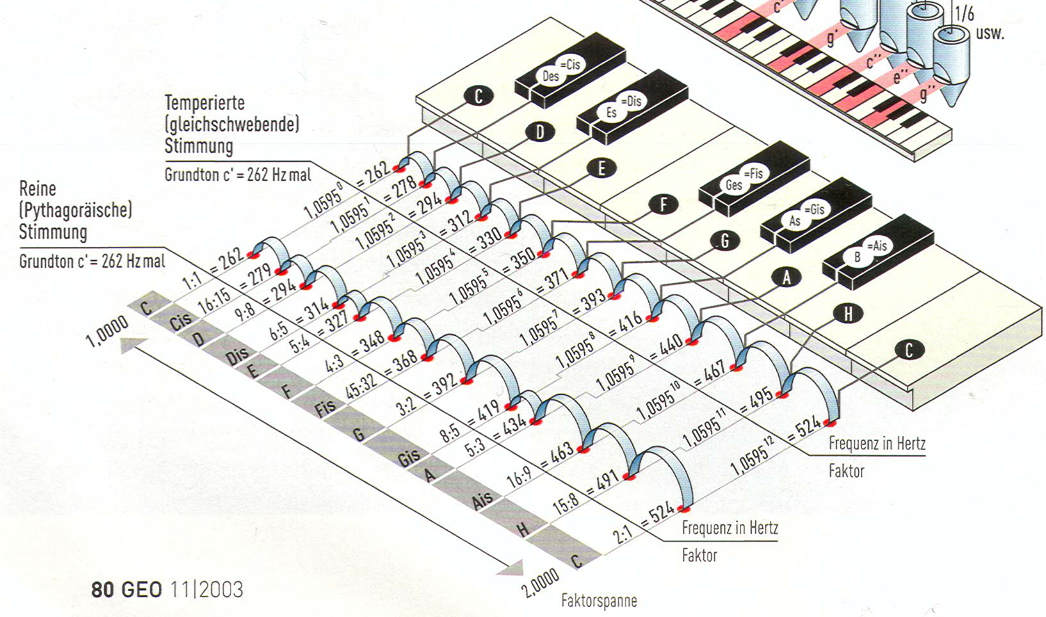
Damit hat man aber lediglich die Tonhöhe. Warum tönen aber verschiedene Instrumente nicht identisch – selbst wenn man denselben Ton spielt? Was macht denn den Klang, die Klangfarbe eines Instruments aus? Dieser Frage werden wir im Abschnitt über stehende Wellen wieder begegnen und sie dort auch beantworten.

Anwendung: Harmonie und Mathematik

MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN DER HARMONIE

Dass musikalische Harmonik und Mathematik eng verwandt sind, wusste schon Pythagoras. Kürzt man eine Orgelpfeife (re.) um die Hälfte, klingt der Ton mit doppelter Frequenz – im Oktavabstand. Eine Orgelpfeife mit einem Drittel der ursprünglichen Länge (1/3) ertönt eine Quinte höher als die halbierte Pfeife (1/2). Das Verhältnis 1/2:1/3 entspricht folglich dem Quintintervall 3:2. Je kleiner die größte Zahl in einem solchen mathematischen Ausdruck ist, desto harmonischer wird das Intervall empfunden. Ein Halbtonintervall (16:15) wirkt unangenehmer als eine Quinte. Leider hat die Pythagoräische Definition Nachteile: Es gelingt damit nicht, eine Tonskala in zwölf gleichmäßige Halbtonschritte aufzuteilen wie in der so genannten »temperierten« Stimmung eines handelsüblichen Klaviers, und Tonartenwechsel klingen deshalb für Musiker unrein. In der temperierten Stimmung wird eine Oktav dadurch festgelegt, dass die Frequenz des Grundtons mit einem Faktor 1,0595 multipliziert wird, der zwölfmal mit sich selbst malgenommen die Zahl 2 ergibt. Dadurch ist die Frequenz eines Tones nach zwölf Halbtonschritten doppelt so hoch wie die des – eine Oktav tieferen – Grundtons. Nachteil der temperierten Stimmung: Viele Intervalle klingen mit der Methode des Pythagoras sauberer. Zum »reinen« gregorianischen Chorgesang etwa passt keine Klavierbegleitung

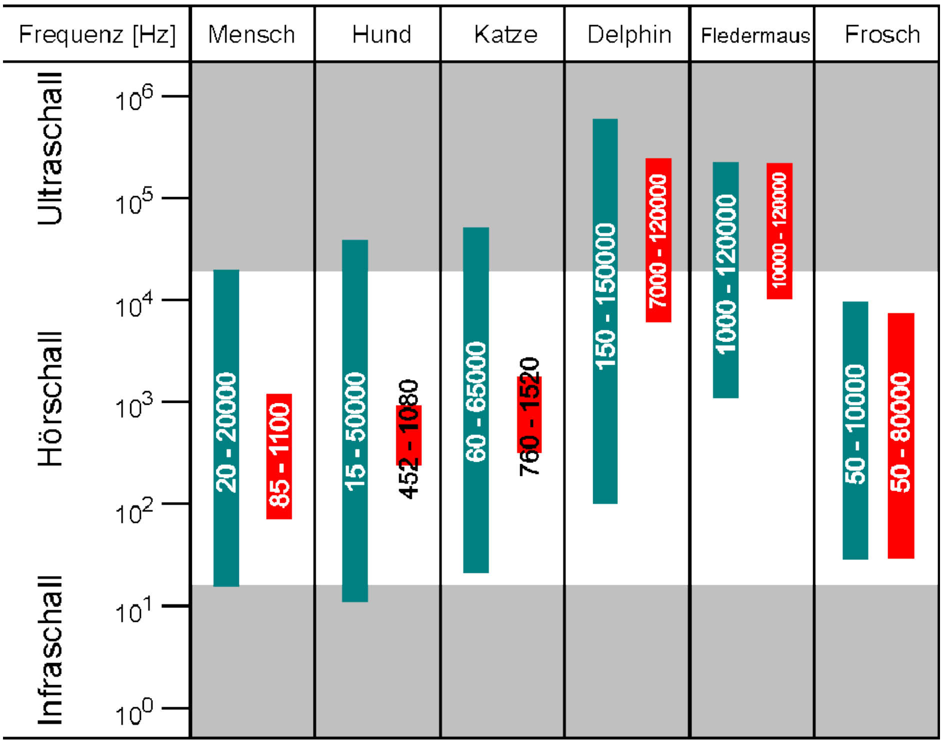




80 GEO 11|2003

9.6.2 *Wahrnehmungsbereich von Frequenzen*

Wie wir bereits im Abschnitt über mechanische Wellen gesehen haben, wächst die Energie einer Welle quadratisch zu deren Amplitude und quadratisch zu deren Frequenz.
Ultraschallwellen tragen aufgrund ihrer hohen Frequenz von 20 kHz bis 10^9 kHz selbst bei geringen Amplituden eine hohe Energie. Man nutzt diesem Effekt beispielsweise beim Mikrowellengerät, in dem Wellen mit einer Frequenz von 2540 MHz das Wasser zum kochen bringt. Wir können diese Wellen nicht hören, da der Wahrnehmungsbereich von Frequenzen für jedes Lebewesen anders ist.



Anwendung: Ultraschall in der Medizin

Mit Ultraschall kann man zur Diagnose in den Körper eines Patienten hineinsehen. Dazu wird mittels eines Schallkopfs Ultraschallwellen auf den zu untersuchenden Körperbereich gerichtet. Im Körper werden die Schallwellen von den Organen aufgrund ihrer unterschiedlichen Dichten in unterschiedlicher Weise reflektiert. Aus diesen Unterschieden wird ein Bild gewonnen, das auf dem Bildschirm sichtbar ist.

Aber auch Tumore werden mit Ultraschall bekämpft. Dabei ist die Methode schonender als ein chirurgischer Eingriff.

9.6.3 Schallintensität

Irgendwann hat jeder von uns schon festgestellt, dass Töne nebst Frequenz auch noch eine Lautstärke haben. Wir wollen nun zeigen, was man denn eigentlich unter

Lautstärke versteht. Sie werden sehen, dass diese Frage keineswegs so einfach beantwortet werden kann. Zunächst führen wir einige neue Begriffe ein.

Unter der Schallintensität (auch Schallstärke genannt) J versteht man das Verhältnis der auf einer Fläche senkrecht auftreffenden Schallleistung P zur Grösse dieser Fläche A. Es gilt also

$$J = \frac{P}{A}.$$

Wir gehen davon aus, dass eine Schallquelle ihre Leistung in alle Richtungen gleich aussendet (isotrope Quelle). Die von der Quelle ausgehenden Druckschwankungen breiten sich also kugelförmig mit der Schallgeschwindigkeit um die Quelle aus. Damit verringert sich die Schallleistung als Funktion des Abstandes wie folgt:

$$J = \frac{P}{4\pi r^2},$$

wobei $4\pi r^2$ die Fläche einer Kugel mit dem Radius r ist.

9.6.4 Schallpegel

Unser Ohr ist in der Lage, Schallintensitäten bis $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$ wahrzunehmen. Und erst bei $10\frac{W}{m^2}$ empfinden wir Schmerz. Das Gehör kann also Schallstärken über 13(**!**) Zehnerpotenzen unterscheiden. Zur Vereinfachung des Umgangs mit einem derartigen Wertebereich verwendet man Logarithmen. Deshalb spricht man im Zusammenhang mit Schallquellen auch nicht von ihrer Intensität, sondern von ihrem Schallpegel β

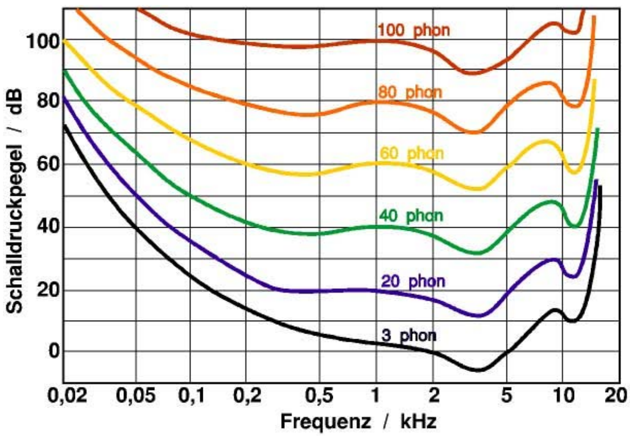
$$\beta = 10 \cdot \log \frac{J}{J_0}.$$

Diese Grösse ist eigentlich einheitenlos. Es hat sich aber ein nach dem schottisch – amerikanischen Physiologen Alexander Graham Bell (1857 - 1922) benanntes Hinweiswort für dimensionslose Grössen eingebürgert, welche durch den dekadischen Logarithmus des Verhältnisses zweier gleichartiger Grössen definiert sind. Diese "Einheit" wird **Bel** genannt. Für den Schallpegel verwendet man aber aufgrund der Tatsache, dass Reizunterschiede von unter einem Bel vom Menschen kaum wahrgenommen werden, das **Dezibel** (**dB**).

Wir verwenden als Referenzwert $J_0 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$, was in etwa der unteren Hörgrenze entspricht.

9.6.5 Lautstärke

Die beiden Grössen Schallintensität und Schallpegel sind physikalische Grössen und somit messbar. Anders verhält es sich bei der Lautstärke. Wir nehmen Töne gleicher Intensität unterschiedlicher Frequenz unterschiedlich laut war. Diese Abhängigkeit ist in der nebenstehenden Abbildung gezeigt. Die Lautstärke wird in **Phon** (**phon**) angegeben. Sie ist, wie das dB, keine Einheit sondern kennzeichnet einfach den 20- fachen Logarithmus eines Schalldruckverhältnisses.



Quelle: Wikipedia.de

$$L_N = 20 \cdot \log \frac{\tilde{p}}{p_0} ,$$

Dabei stehen L_N für den Lautstärkepegel, $\tilde{p}$ für den Schalldruck des gleich laut empfundenen 1000 Hz Tones und p_0 ist der Bezugsschalldruck (20 μPa). In obiger Abbildung sind Orte gleichen Lautstärkeempfindens (Isophone) eingezeichnet. Die unterste Kurve beschreibt den Verlauf der Hörschwelle. Da der Referenzton von 1000 Hz erst bei einem Schalldruckpegel von 3 dB hörbar ist, liegt auch die Hörschwelle bei 3 Phon. Die Phonskala dient dazu, empfundene Lautstärkeeindrücke mit einer messbaren Grösse (Schalldruckpegel) zu verknüpfen. Leider hat die Sache einen Hacken: wir empfinden 40 Phon nicht als doppelt so laut wie 20 Phon. Es besteht also kein linearer Zusammenhang zwischen der Lautstärkeempfindung und der Phon – Skala. Um diesem Problem abzuhelfen, wurde die Sone – Skala eingeführt. Ein Geräusch von 2 Sone wird dann als doppelt so laut wie ein Geräusch mit 1 Sone empfunden. Die Sone – Skala wird bezogen auf einen Ton von 1000 Hz und 40 Phon.

sone	1	2	4	8	16	32	64	128	256
phon	40	50	60	70	80	90	100	110	120

Beispiel

Ein Motorrad erzeugt im Abstand von 7 m eine Lautstärke von 85 Phon. Welche Lautstärke erzeugen zwei gleiche Motorräder?

Lösung:
Die Schallintensität J eines Motorrades ist so gross, dass gilt

$$10 \cdot \log \frac{J}{J_0} dB = 85\, dB$$

Zwei Motorräder erzeugen natürlich eine Schallwelle doppelter Intensität, also 2J. Ihre Schallstärke berechnet sich daher zu

$$10\cdot\log\frac{2\cdot J}{J_0}dB = 10\cdot\log\frac{J}{J_0}dB + 10\cdot\log 2\,dB = 85\,dB + 10\cdot 0.3\,dB = \underline{\underline{88\,dB}}$$

Die Schallstärke steigt also nur unbedeutend; ein Motorrad allein macht schon fast so viel Lärm wie zwei.

9.7 Doppler - Effekt

Aus dem Alltag kennen wir die Erscheinung: fährt ein Ambulanzwagen mit laufender Sirene an uns vorbei, so hören wir beim Herannahen eine höheren Ton, als beim Davonfahren. Der Tonsprung ist dabei umso höher, je höher die Geschwindigkeit des Fahrzeuges ist. Dieser Erscheinung sagt man Doppler – Effekt, benannt nach dem österreichischen Mathematiker und Physiker Christian Andreas Doppler (1803 - 1853). Dabei ist es von Bedeutung, ob sich die Quelle oder der Beobachter bewegt, wie wir gleich sehen werden.

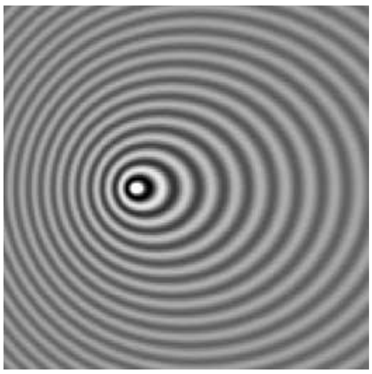
9.7.1 Bewegte Quelle – ruhender Beobachter

Aus dem Alltag kennen wir die Erscheinung: fährt ein Ambulanzwagen mit laufender Sirene an uns vorbei, so hören wir beim Herannahen eine höheren Ton, als beim Davonfahren. Der Tonsprung ist dabei umso höher, je höher die Geschwindigkeit des Fahrzeuges ist.

Dabei ist die Erklärung recht einfach: die Quelle bewegt sich mit der Geschwindigkeit v_Q auf den ruhenden Beobachter zu. Dabei sendet die Quelle einen Ton mit der Frequenz f_Q aus. Der Schall bewegt sich relativ zur Quelle – in Fahrtrichtung betrachtet - mit der Geschwindigkeit $c - v_Q$. Die Wellenlänge beträgt damit $\lambda = \frac{c - v_Q}{f_Q}$.

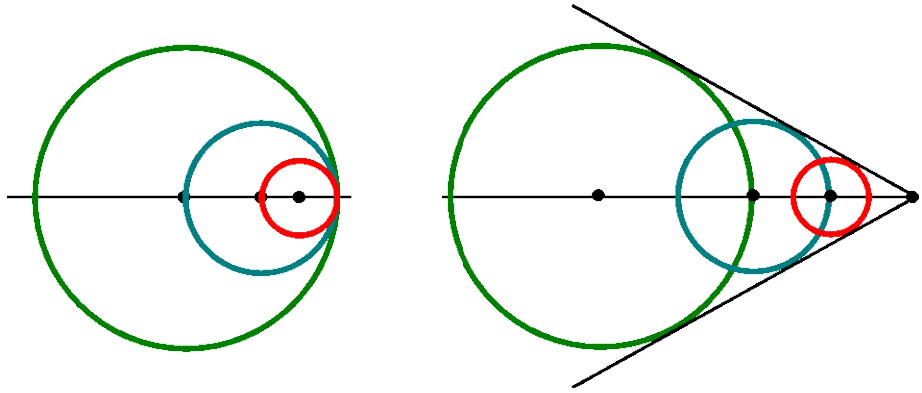
Der Beobachter nimmt einen Ton der Frequenz f_B wahr, hier gilt deshalb $\lambda = \frac{c}{f_B}$. Die beiden Wellenlänge setzt man nun gleich und löst nach der Frequenz des Beobachters auf. Man bekommt schliesslich

$$f_B = f_Q \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}$$



Bewegt sich die Quelle vom Beobachter weg, so muss man lediglich $-v_Q$ anstelle von v_Q in die Gleichung einsetzen. Zusammenfassend kann man also sagen, dass die Wellenlänge vor dem bewegten Objekt kleiner und hinter dem Objekt grösser wird. In der nebenstehenden Abbildung bewegt sich die Quelle also nach links.

9.7.1.1 Überschallknall – Machscher Kegel



Ein bewegtes Objekt gibt auch meistens Laut von sich. Der Motor eines Autos z.B. erzeugt Vibrationen, welche an die umgebende Luft übertragen werden. Von dort breiten sich die Druckschwankungen (Verdichtungen) kugelförmig aus und gelangen schliesslich an unser Ohr. Zu einem interessanten Effekt kommt es, wenn sich das Objekt mit der Schallgeschwindigkeit bewegt: dann baut sich vor dem bewegten Körper eine Druckwand auf, weil die Verdichtungen in Bewegungsrichtung nicht mehr vom Objekt wegkommen können. Ist die Quelle schliesslich sogar schneller als der Schall unterwegs, so können sich keine Verdichtungen in Bewegungsrichtung mehr ablösen sondern nur noch seitwärts und hinter dem Objekt. Es entsteht der sogenannte Machsche Kegel. Der halbe Öffnungswinkel dieses Kegels, den Machschen Winkel, kann man nach

$$\sin\alpha = \frac{c}{v}$$

berechnen.

9.7.2 Ruhende Quelle – bewegter Beobachter

Ruht die Quelle (z.B. eine Sirene) und bewegt sich der Beobachter auf diese zu, so misst der Beobachter die Wellenlänge $\lambda = \frac{c+v_B}{f_B}$. Die Quelle emittiert die Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{f_Q}$. Wiederum setzt man beide Wellenlängen gleich und bekommt dann

$$f_B = f_Q \cdot \left(1 + \frac{v_B}{c}\right).$$

Dabei gilt auch wieder: bewegt sich der Beobachter von der Quelle weg. so setzt man $-v_B$ anstelle von v_B ein.

In der Akustik kommt es also darauf an, ob sich der Beobachter oder die Quelle bewegt! Obige zwei Resultate kann man zu einer Formel zusammenfassen:

$$f_B = f_Q \cdot \left(\frac{c \pm v_B}{c \quad v_Q}\right).$$

9.7.3 *Relativistischer Dopplereffekt*

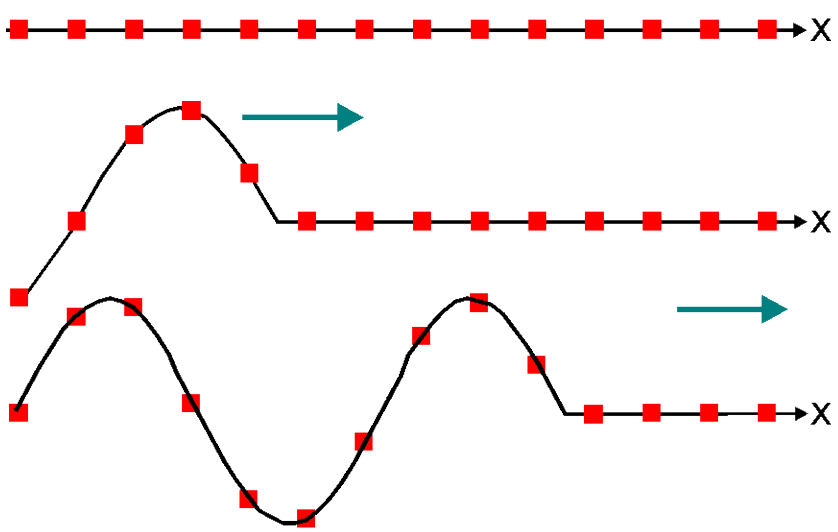
Auch für Licht gibt es einen Dopplereffekt. Licht ist ja eine elektromagnetische Welle. Diese breiten sich im Vakuum immer mit der Lichtgeschwindigkeit c aus – unabhängig davon, ob sich Quelle oder Beobachter mit der Geschwindigkeit v bewegen. Die fertige Formel lautet einfach

$$f_B = f_Q \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}}\,.$$

Das obere Vorzeichen gilt bei Annäherung und das unter, wenn sich Quelle und Beobachter voneinander entfernen.

9.8 Wellengleichung

Nun müssen wir doch noch etwas mathematisch werden. Wir gehen der Frage nach, wie sich eine harmonische Welle in einer Formel darstellen lässt. Dazu betrachten wir zunächst die folgende Abbildung:



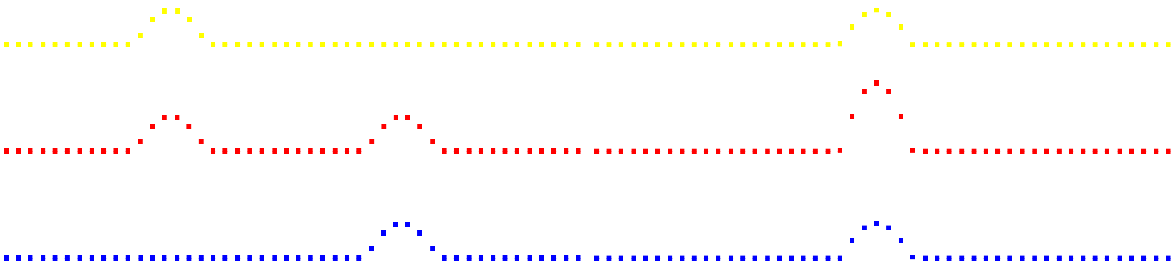
Eine periodische Störung versetzt die gekoppelten harmonischen Oszillatoren in Schwingung. Jeder der Oszillatoren schwingt für sich mit der Frequenz f. Die Energie pflanzt sich mit der Geschwindigkeit c fort. Das erste Teilchen beginnt zum Zeitpunkt t = 0 zu schwingen. Aufgrund der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Energie, dauert es die Zeit $t = \frac{x}{c}$, bis das Teilchen am Ort x ebenfalls mit der Schwingung beginnt. Das schreiben wir gleich auf:

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left\{\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right\} = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) = A \cdot \sin(\omega t - kx)\,,$$

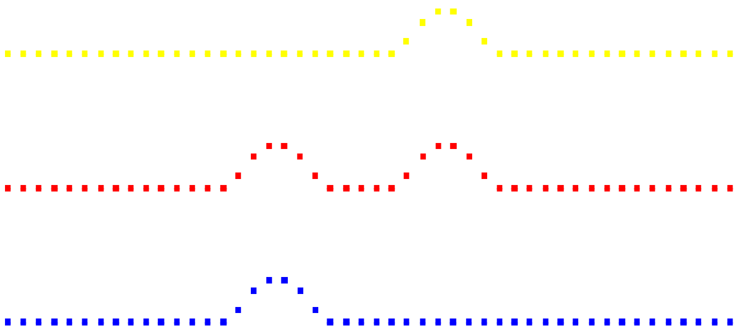
dabei ist ω die Kreisfrequenz und k die Wellenzahl.

9.9 Überlagerung von Wellen I (Superpositionsprinzip)

Was passiert, wenn sich zwei Wellenzüge begegnen? Dies ist in den untenstehenden Abbildungen für Transversalwellen grafisch dargestellt. Dabei laufen die Wellen jeweils aufeinander zu. Natürlich können sich Wellen auch in die gleiche Richtung fortbewegen; am Ergebnis ändert dies jedoch nichts!



a) b)



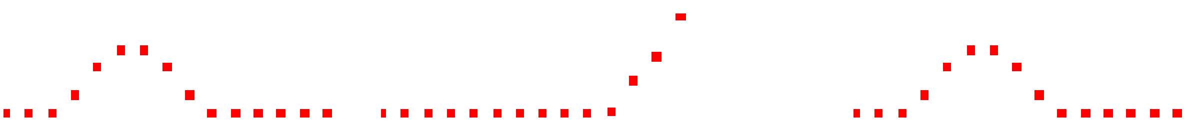
c)

In der Bildfolge läuft der oberste Wellenzug nach rechts und der unterste nach links. In der Mitte ist jeweils die Summe der beiden Wellenzüge dargestellt. Wie man sehen kann, laufen die beiden Wellen aufeinander zu – und durch einander hindurch. Wellen können sich also ungestört überlagern. Dies verwundert nicht weiter, wird mit Wellen ja “nur“ Energie aber keine Materie transportiert. Dasselbe Phänomen kennen Sie wahrscheinlich von Wasserwellen.

9.10 Reflexion von Wellen

9.10.1 Reflexion am losen Ende

Kommt eine Störung am Ende eines Seils an, so wird sie reflektiert. Wir betrachten zunächst den Fall, dass das Ende lose schwingen kann. Dann sehen die Aufnahmen wie folgt aus:

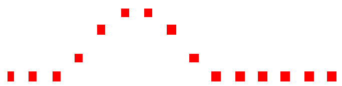


a) b) c)

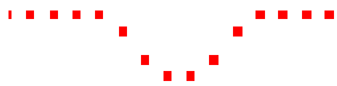
In a) wandert eine Störung auf einem Seil nach rechts. In b) erreicht sie das Ende des Seils – das Ende schlägt dadurch aus und fällt wieder zurück und erzeugt damit eine neue Störung, die aber nun nach links läuft. **Der Wellenberg wird als Wellenberg reflektiert**.

9.10.2 Reflexion am festen Ende

Kann das Seil am Ende nicht frei schwingen, z.B. weil es fest gebunden ist, so sieht die Sache etwas anders aus:



a)



b)

Die Welle in a) bewegt sich wieder nach rechts. Am festen Ende wird die Welle wieder reflektiert und läuft nun nach links, allerdings hat sich das Vorzeichen geändert. **Ein Wellenberg kommt also als Wellental zurück**.

9.11 Stehende Wellen

Eindimensionale stehende Wellen

Die bisherige Betrachtung schloss immer nur Wellen ein, welche sich in die gleiche Richtung ausbreiteten. Was passiert aber, wenn sich zwei harmonische Wellen gleicher Amplitude und gleicher Frequenz überlagern, wenn sie sich in entgegen gesetzter Richtung ausbreiten? Wir wollen dieser Frage mal mit ein wenig Mathematik auf den Grund gehen. Gemäss Abschnitt 9.8 kann eine harmonische Welle dargestellt werden durch

$$y_1(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

und in die andere Richtung laufende Welle

$$y_2(x,t) = A \cdot \sin(\omega t + kx)$$

Für die Summe der beiden Wellen ergibt sich damit

$$y(x,t) = |2A \sin kx| \cdot \cos \omega t \, .$$

Diese Gleichung kann man als Schwingungsgleichung eines einzelnen Oszillators auffassen, der sich am Ort x befindet und mit der Amplitude $|2A \sin kx|$ und der Kreisfrequenz ω schwingt. Bei der bisherigen Betrachtung war die Wellenamplitude für alle Oszillatoren der Welle gleich. Dies gilt offensichtlich nun nicht mehr. An den Orten $\sin kx = 0$ verschwindet die Amplitude ganz. Die Gleichung ist genau dann erfüllt, wenn $kx = n\pi$ ist, mit $n = 0,1,2,3,\ldots$. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Knoten der Welle. Setzt man für $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ oben ein und löst nach x auf, so folgt $x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$. Zwei Knoten liegen also offensichtlich genau eine halbe Wellenlänge voneinander getrennt.

Wo befinden sich denn jetzt die Ort maximaler Amplitude, die Schwingungsbäuche? Dazu muss der Sinus in $|2A\sin kx|$ maximal, also eins werden. Dies ist der Fall für $kx=\frac{1}{2}\pi,\frac{3}{2}\pi,\frac{5}{2}\pi,\ldots=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi$, wobei wieder $n=0,1,2,3,\ldots$ gilt. Nun eben zu den Orten der Schwingungsbäuche. Für k gilt wieder $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ und somit folgt gleich $x=\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$, für $n=0,1,2,3,\ldots$. Daraus folgt, dass auch benachbarte Schwingungsbäuche eine halbe Wellenlänge voneinander entfernt sind. Zusätzlich liegen sie genau zwischen zwei Knoten.

9.12 Aufgaben

1) Ein Arbeiter schlägt von schräg oben mit dem Hammer auf das Ende einer langen Eisenschiene. Wie viele Schläge hört ein am anderen Ende stehender Arbeiter, wenn ein eventuelles Echo ausser Acht gelassen wird?

2) Transversale Wellen sind gemäss unserer Theorie nur in festen Medien möglich. Warum kann man dann auf der Wasseroberfläche immer wieder Wellentäler und Wellenberge beobachten?

3) Wie ändert sich die Wellenlänge, wenn bei sonst gleichen Bedingungen die Frequenz, respektive die Fortpflanzungsgeschwindigkeit verdoppelt wird?

4) Eine Ozeanwelle besitzt eine Wellenlänge von 300 m und eine Schwingungsdauer von 15s. Wie gross ist ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit?

5) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wasserwellen in einer Wellenwanne beträgt 20 cm/s. Welche Frequenz hat ein Erreger, der 2 cm lange Wellen erzeugt?

6) In einem See beobachten Sie den Wellengang. In einer Minute zählen Sie 10 Wellen, die Sie erreichen. Der Abstand von zwei Wellenbergen beträgt etwa 12 m. Wie gross ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen?

7) Für Helium ist $\gamma = 1.67$. Wie gross ist die Geschwindigkeit von Schallwellen in Helium bei 20 °C?

8) Ein Messingdraht von 5 m Länge und 2 mm Durchmesser lässt sich durch eine Zugkraft von 62 N um 0.95 mm verlängern. Mit welcher Geschwindigkeit breiten sich in diesem Draht Longitudinalwellen aus, und welche Wellenlänge ergibt sich bei einer Frequenz von 20 kHz?

9) Bei Versuchen im Genfersee wurde für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen in Wasser der Wert 1435 m/s gemessen. Welche Kompressibilität des Wassers entspricht dieses Ergebnis?

10) Eine Stahlsaite in einem Klavier sei 0.7 m lang und besitze eine Masse von 5 Gramm. Die Zugkraft in der Saite sei 500 N. Wie gross ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen auf der Saite?

11) Vom Ton mit der Frequenz f gehe man um zwei Quinten nach oben und berechne das Intervall zwischen dem so erhaltenen Ton und der Oktave des Ausgangstones.

12) Geht man von einem beliebigen Ton eine Oktave aufwärts, von diesem eine kleine Terz abwärts, so erhält man die grosse Sexte. Wie gross ist ihr Intervall?

13) Die Schallwellen, die durch Sprache oder Musik hervorgerufen werden, liegen in einem Frequenzbereich von 50 bis 5000 Hz. Welchem Wellenlängenbereich entspricht dies?

a) in Luft (c = 340 m/s) und
b) in Wasser (c = 1480 m/s)

14) Normales menschliches Sprechen erzeugt in einem Abstand von 1 m eine Lautstärke von rund 65 dB. Schätzen Sie die beim Sprechen abgegebene Schallleistung ab.

15) In einem Artikel über Lärmbelastung werde behauptet, dass in den Grossstädten der Schallpegel jährlich um etwa 1 dB zunehme.

a) Um wie viel Prozent steigt dann die Schallintensität? Erscheint dieser Wert vernünftig?
b) Nach wie vielen Jahren würde sich die Schallintensität bei diesem Anstieg verdoppeln?

16) Der Geräuschpegel in einem leeren Hörsaal betrage 40 dB. Wenn 100 Studenten eine Prüfung schreiben, so steigt, bedingt durch das schwere Atmen und kratzen der Kugelschreiber (von gelegentlichem Stöhnen werde abgesehen), der Pegel auf 60 dB. Berechnen Sie den Geräuschpegel, wenn 50 Studenten den Saal verlassen haben. Nehmen Sie dabei an, dass jeder Student gleich viel zum Geräuschpegel beiträgt.

17) Um welchen Bruchteil müsste die akustische Leistung eines Geräusches gesenkt werden, um seine Lautstärke von 90 dB auf 70 dB zu reduzieren?

18) "Lautstärke" kann nicht gemessen werden! Was physikalisch gemessen wird, ist der Schalldruck. Aber warum misst man nicht direkt die Lautstärke, welche Gründe lassen das nicht zu?

19) Bei Schallpegelmessungen im Lärmschutz wird häufig der energieäquivalente Dauerschallpegel L_{eq} angegeben. Warum wird nicht einfach der Durchschnittswert des Schallpegels während einer Zeitspanne angegeben?

20) Es sei ein harmonisches Signal der Frequenz f = 90 Hz und der Intensität J = 10^{-8} Watt / m^2 gegeben.

a) Welchen Wert hat der Schalldruckpegel [dB] dieses Signals?
b) Welchen Wert hat der Lautstärkepegel [phon] dieses Signals? Was sagt dieser Wert genau aus?

21) Ein 1kHz-Ton mit einem Lautstärkepegel von 40 dB hat per Definition eine Lautheit von 1 sone. Wieviel dB hat damit ein 1kHz-Ton mit 4 sone?

22) Wie schnell muss sich ein Beobachter zur ruhenden Schallquelle hinbewegen, um eine Frequenzverdoppelung festzustellen? Wie schnell muss sich die Quelle auf den ruhenden Beobachter zu bewegen, um denselben Effekt zu erzielen? (c = 340 m/s)

23) Wie rasch müsste sich eine Schallquelle bewegen, damit für einen ruhenden Beobachter der Ton beim Vorbeifahren um eine Oktav tiefer wird? (c = 340 m/s)

24) Eine Schallquelle, deren Schall eine Frequenz von 200 Hz besitzt, bewege sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 m/s bei Windstille auf einen stationären Hörer zu.

a) Wie gross ist die Wellenlänge zwischen Hörer und Quelle?
b) Welche Frequenz nimmt der Hörer war?

25) Eine Pfeife mit der Frequenz 500 Hz bewege sich auf einem Kreis mit dem Radius 1 m und führe 3 Umdrehungen pro Sekunde aus. Bestimmen Sie die maximale und die minimale Frequenz, die ein unbeweglicher Hörer in der Kreisebene im Abstand von 5 m vom Kreismittelpunkt wahrnimmt!

26) Ein Physikstudent lasse eine mit 440 Hz schwingende Stimmgabel in den Aufzugsschacht eines hohen Gebäudes fallen. Wie weit ist die Stimmgabel gefallen, wenn er die Frequenz von 400 Hz hört?

27) Ein Zug fährt mit der Geschwindigkeit v = 20 m/s auf einen Tunnel zu und stösst einen Pfeifton der Frequenz f = 500 Hz aus.

a) In welcher Frequenz hört der Streckenposten das Pfeifen des herannahenden Zuges?
b) In welcher Frequenz hört der Posten bzw. ein Reisender im Zug das von der Felswand reflektierte Echo?

28) Im Spektrum des Lichtes einer Galaxie erscheint eine Rotverschiebung um den Faktor 2.5 $\left(\frac{f_{ruhend}}{f_{bewegt}} = 2.5\right)$. Wie gross ist die Fluchtgeschwindigkeit der Galaxie von der Erde?

9.13 Lösungen

1) 2, die Longitudinalwelle, welche sich im Medium ausbreitet plus die Schallwelle, die sich durch die Luft ausbreitet. Die Transversalwelle, die sich ebenfalls in der Schiene ausbreitet, kann nicht ins gasförmige Medium wechseln. Sonst wären es drei.

2) Die Wasserwellen sind keine elastischen Wellen. Die Kopplungskraft ist nicht durch irgend eine elastische Kraft, sondern durch die Schwerkraft gegeben. Die einzelnen Wasserelemente schwingen bei den Oberflächenwellen keineswegs etwa transversal, sondern in mehr oder weniger vertikalen Kreisen oder auf elliptischen Bahnen.

3) Für f' = 2f folgt $\lambda' = \frac{1}{2}\cdot\lambda$, falls c' = 2c folgt $\lambda' = 2\cdot\lambda$.

4) $c = \frac{\lambda}{T} = 20\frac{m}{s}$

5) $f = \frac{c}{\lambda} = 10\,s^{-1} = 10\,Hz$

6) $c = \lambda\cdot f = 2\frac{m}{s}$

7) $c_{He} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{1.67\cdot 8.31\frac{J}{mol\cdot K}\cdot 293\,K}{4\cdot 10^{-3}\frac{kg}{mol}}} = 1.01\frac{km}{s}$

8) $c = \frac{2}{d}\cdot\sqrt{\frac{F\cdot l}{\pi\cdot\rho\cdot\Delta l}} = 3.52\frac{km}{s}$ und 17.6 cm

9) $\chi = \frac{1}{\rho\cdot c^2} = 4.86\cdot 10^{-10}\frac{m^2}{N}$

10)

a) Mit der Massenbelegung $\mu = \frac{m}{l}$ folgt $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{l}}} = 265\frac{m}{s}$.

b) Damit die Geschwindigkeit halbiert wird, muss die Massenbelegung m und damit die Masse um den Faktor vier anwachsen. Damit wird die Gesamtmasse der Saite 20 g; also müssen 15 g Kupferdraht herumgewickelt werden.

11) Der unbekannte Ton habe die Frequenz x, dann folgt für das gesuchte Frequenzverhältnis $\frac{x\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}}{x\cdot 2} = \frac{9}{8}$ (Grosser ganzer Ton).

12) Hat der Ausgangston die Frequenz x, so folgt für das Intervall der grossen Sexte $\frac{(x\cdot 2)\cdot\frac{5}{6}}{x}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$.

13)
   a) 0.068 m bis 6.8 m
   b) 0.296 m bis 29.6 m

14) Für die Schallintensität in einem Meter Abstand folgt $J=10^{\frac{L}{10}}\cdot J_0=3.2\cdot 10^{-6}\frac{W}{m^2}$. Nehmen wir an, dass der Schall in alle Richtungen isotrop abgestrahlt wird, so folgt für die Leistung $P=\left(4\pi r^2\right)\cdot J=3.97\cdot 10^{-5}\,W$. Wird der Schall nur in die vordere Halbkugel ausgesendet, so ist die Leistung nur noch halb so gross.

15)
   a) Der Lautstärkepegel in einem bestimmten Jahr n sei β_n und im darauffolgenden Jahr betrage sie β_{n+1}. Dann gilt $\beta_{n+1}-\beta_n=1=10\cdot\log\frac{J_{n+1}}{J_0}-10\cdot\log\frac{J_n}{J_0}=10\cdot\log\frac{J_{n+1}}{J_n}$. Löst man dies nach der Intensität auf, so bekommt man $J_{n+1}=1.26\cdot J_n$. Dies würde bedeuten, dass die Intensität jährlich um 26 % zunehmen würde – dies ist masslos übertrieben.
   b) In m Jahren steigt die Intensität auf $J_{n+m}=1.26^m\cdot J_n$. Hat sie sich verdoppelt, so gilt $1.26^m=2$. Aufgelöst nach m folgt $m=\frac{\log 2}{\log 1.26}=3.01$. Die Intensität hätte sich also nach 3.01 Jahren verdoppelt.

16) Der Schallpegel im Saal ist 40 dB. Deshalb ist die Schallintensität $J=10^{-8}\frac{W}{m^2}$. Mit 100 Studenten im Saal ist der Schallpegel $\beta=60\,dB$ und die Intensität ist $J=10^{-6}\frac{W}{m^2}$. Somit beträgt die Intensität je Student $\frac{10^{-6}\frac{W}{m^2}-10^{-8}\frac{W}{m^2}}{100}$, und der Pegel bei 50 Studenten ist $\beta=10\cdot\log\frac{J}{J_0}$ mit $J_0=50\cdot\left(\frac{10^{-6}\frac{W}{m^2}-10^{-8}\frac{W}{m^2}}{100}\right)$. Setzt man die Werte ein, so bekommt man $\beta=57\,dB$. Der Schallpegel ist also nur um 3 dB geringer, als der mit 100 Studenten.

17) Im Ausdruck $\beta_1=10\cdot\log\frac{J}{J_0}$ ersetzen wir J durch J/10 und erhalten $\beta_2=10\cdot\log\frac{\left(\frac{J}{10}\right)}{J_0}=\beta_1-10\cdot\log 10=\beta_1-10$. Verringert man also den Wert von β um 10, so entspricht dies einer Intensitätsverringerung um den Faktor 10. Soll β von 90 auf 70 dB gesenkt werden, so muss demnach die Intensität um den

Faktor $10^2 = 100$ herabgesetzt werden. Oder anders gesagt: 99 % der aktuellen akustischen Leistung müssen eliminiert werden, um den Schallpegel um 20 dB zu senken.

18) Lautstärke ist wie Lärm etwas subjektives, d.h. jeder versteht darunter je nach Situation etwas anderes. Ausserdem kommt es darauf an, wie gut das Gehör ist. Lautstärke ist also ein Parameter den wir empfinden wenn uns ein Schallsignal erreicht. Der Schalldruckpegel ist physikalisch messbar und nahe mit dem was wir als Lautstärke empfinden verwandt. Deshalb wird der Schalldruckpegel gemessen und angegeben. Geräusche mit einem konstanten Schalldruckpegel, aber unterschiedlicher Frequenz werden vom Gehör als unterschiedlich laut empfunden. Deshalb wurden verschiedene Filter (dB(A) etc.) entwickelt, um damit den gemessenen Schalldruckpegel dem Gehör anzunähern. (Quelle: www.laermorama.ch)

19) Der Schallpegeldurchschnitt unterscheidet sich meistens deutlich vom Intensitätsdurchschnitt L_{eq}. Weil der Pegeldurchschnitt, nicht berücksichtigt, dass hohe Schallpegel eine viel grössere Energie enthalten als der Mittelwert, aber oft nur kurze Zeit auftreten, werden sie zu stark verdünnt. Wenn mehrere Schallquellen vorhanden sind, kann auch nicht einfach deren Schallpegel addiert werden, sondern deren Intensitäten. Genau gleich ist es beim Mittelwert - er muss über die Schallintensität der einzelnen Zeitintervalle berechnet werden. Die Formeln für die zwei Möglichkeiten einer Mittelung zeigen den massiven Unterschied. Die Pegelwerte Li gehen beim L_{eq} als Exponenten in die Summation ein, beim $L_{dBMittel}$ nicht! $L_{eq} = 10 \cdot \log\left[\frac{1}{T}\left(\sum_i t_i \cdot 10^{\frac{L_i}{10}}\right)\right]$ bzw. $L_{dBMittel} = \frac{1}{T}\left(\sum_i t_i \cdot L_i\right)$.

20) a) $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{10^{-8}\,\frac{W}{m^2}}{10^{-12}\,\frac{W}{m^2}}\right) dB = \underline{\underline{40\,dB}}$; b) Aus der Grafik auf Seite 12 entnimmt man einen Wert von 20 phon für die Lautstärke. Der Lautstärkepegel stellt eine frequenzabhängige Empfindungsanpassung der Lautstärkemessung dar.

21) 60 dB

22) Die zu beobachtende Frequenz wäre $f_B = 2\ f_Q$. Die Gleichung $f_Q \cdot \left(1 + \frac{v_Q}{c}\right) = 2 \cdot f_Q$ aufgelöst nach v_Q ergibt $v_Q = c = 340$ m/s.

23) Die Frequenz, die der Beobachter wahrnimmt, wenn sich die Quelle auf ihn zubewegt ist $f_{B,1}$ und die Frequenz, die der Beobachter wahrnimmt, wenn sich die Quelle von ihm wegbewegt ist $f_{B,2}$. Um einen Tonsprung von einer Oktave zu erzeugen muss das relative Frequenzverhältnis der beiden Töne zwei sein:

$\frac{f_{B,1}}{f_{B,2}}=2$. Ausschreiben ergibt $\frac{f_{B,1}}{f_{B,2}}=\frac{1+\frac{v_Q}{c}}{1-\frac{v_Q}{c}}$. Daraus folgt nach kurzer Rechnung $\frac{c+v_Q}{c-v_Q}$; dies muss gleich zwei sein. Nach v_Q aufgelöst folgt $v_Q=\frac{1}{3}c$, oder 408 km/h.

24) Die Quelle bewegt sich auf den Hörer zu, deshalb ist die Wellenlänge zwischen Quelle und Hörer $\lambda_B=\frac{c}{f_B}=\frac{c-v_Q}{f_Q}=1.3\,m$. Für die Frequenz folgt damit $f_B=\frac{c}{\lambda_B}=261.5\,Hz$.

25) Die Pfeife bewegt sich auf einem Kreis mit der Periode T = 1/3 s und der Geschwindigkeit $v_Q=\frac{2\pi r}{T}=6\pi\frac{m}{s}$. Bei der Annäherung an den Hörer ist die von ihm wahrgenommene Frequenz am grössten, nämlich $f_B=f_Q\frac{1}{1-\frac{v_Q}{c}}=529\,Hz$. Die minimale Frequenz ergibt sich bei der Entfernung vom Hörer zu $f_B=f_Q\frac{1}{1+\frac{v_Q}{c}}=474\,Hz$.

26) Der Student hört die Frequenz $f_B=f_Q\frac{1}{1+\frac{v_Q}{c}}$, daraus lässt sich v_Q berechnen zu $v_Q=c\left(\frac{f_Q}{f_B}-1\right)=34\frac{m}{s}$. Diese Geschwindigkeit erreicht die Stimmgabel in der Zeit $t=\frac{v}{g}=3.47\,s$. In dieser Zeit fällt die Stimmgabel 58.9 m tief. Bis der Student den Schall hören kann, muss dieser den Weg durch den Aufzugsschacht nach oben zurücklegen. Die dazu benötigte Zeit beträgt $t=\frac{58.9\,m}{340\frac{m}{s}}=0.173\,s$. Also hört er nach 3.64 s die Frequenz 400 Hz. In dieser Zeit ist die Stimmgabel 65 m tief gefallen.

27)

a) Der Streckenposten hört die Frequenz $f_B=f_Q\frac{1}{1-\frac{v_Q}{c}}=531.3\,Hz$.

b) Das reflektierte Echo kann als eine Quelle mit der Frequenz 531.3 Hz angesehen werden, auf die sich der Zug zubewegt. Ein Fahrgast nimmt somit die Frequenz $f = 531.3\,Hz\left(1+\frac{20\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s}}\right) = 562.5\,Hz$ war.

28) $\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = 2.5 \Rightarrow v = \frac{21}{29}c = 0.724 \cdot c$