

## 10 Elektrizitätslehre Elektrostatik

Warum dieser Frau und ihrem Kinde die Haare zu Berge stehen und warum sie bei Gewitter auch Buchen und nicht nur Eichen meiden sollten, erfahren Sie in diesem Kapitel.



Quelle: [www.technorama.ch](http://www.technorama.ch)

## Inhaltsverzeichnis

10	Elektrizitätslehre .....	1
10.1	Einleitung.....	3
10.2	Die Anfänge der Elektrizität .....	3
10.3	Elektrische Ladung – ein Schulversuch.....	4
10.4	Reibungselektrizität .....	4
10.4.1	Aufbau von Stoffen .....	4
10.4.2	Trennung elektrischer Ladungen .....	5
10.4.3	Der Van de Graaff Generator.....	5
10.5	Nachweis elektrischer Ladung mit dem Elektroskop .....	6
10.5.1	Wo sitzen elektrische Ladungen? .....	6
10.6	Berührungsfreies Aufladen von Körpern.....	6
10.6.1	Elektrostatische Influenz .....	6
10.6.2	Elektrostatische Polarisierung .....	7
10.7	Das Gesetz von Charles Coulomb .....	8
10.8	Die Elementarladung .....	9
10.9	Das elektrische Feld .....	9
10.9.1	Das elektrische Feld - Definition .....	10
10.9.2	Das elektrische Feld einer Punktladung - Berechnung .....	10
10.9.3	Die elektrischen Feldlinien .....	11
10.9.4	Das elektrische Feld eines Dipols.....	11
10.9.5	Feldlinien – sichtbar gemacht .....	12
10.9.6	Eigenschaften elektrischer Feldlinien.....	12
10.10	Elektrische Felder spezieller Ladungsanordnungen.....	13
10.10.1	Das Feld einer geladenen Metallkugel.....	13
10.10.2	Das Feld einer geladenen Hohlkugel.....	14
10.10.3	Das elektrische Feld eines Plattenkondensators .....	14
10.10.4	Der Faraday – Käfig.....	15
10.11	Die elektrische Spannung .....	15
10.11.1	Die Energieeinheit Elektronenvolt.....	16
10.12	Das elektrische Potential.....	16
10.12.1	Darstellung des elektrischen Potentials und Äquipotentiallinien .....	17

## 10.1 Einleitung

Fährt man bei trockenem Wetter mit dem Auto und trägt dazu noch einen Baumwollpullover, so hat man gute Chancen, dass man beim Verlassen des Fahrzeugs einen elektrischen Schlag bekommt, wenn man den Türgriff anfasst. Zieht man im Winter den Pullover aus, unter dem man noch ein T-Shirt getragen hat, beobachtet man im abgedunkelten Raum während des Vorgangs kleine Blitze zwischen den beiden Kleidungsstücken.

Überall begegnen wir elektrischen Phänomenen. Ohne Elektrizität gäbe es keine Blitze, würden keine Signale über unsere Nervenbahnen transportiert werden, könnten wir keine elektrischen Geräte bauen und so weiter. Ohne Elektrizität wäre wahrscheinlich sogar Leben nie entstanden.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Grundlagen der Elektrizitätslehre, deren Begrifflichkeiten und einigen wichtigen Phänomenen.

## 10.2 Die Anfänge der Elektrizität

Bereits die alten Griechen kannten elektrische Phänomene. Hierbei wird der Philosoph Thales von Milet genannt, der die Reibungselektrizität um 550 v. Chr. entdeckt hat. Durch Reiben z.B. eines Katzenfells an einem Bernstein (*griechischer Name: elektron, für hell, glänzend*) konnte dieser anschliessend kleinere Dinge wie etwa Vogelfedern anziehen.

Die systematische Erforschung der Elektrizität beginnt etwa um das Jahr 1600 herum, als William Gilbert (1544 – 1603) seinen Untersuchungen mit der Bezeichnung *vis electrica* zur Aufladung verschiedener Substanzen dem Phänomen nicht nur seinen Namen späteren gibt, sondern auch als Erster strikt zwischen Magnetismus und statischer Elektrizität unterscheidet.

Der magdeburgische Bürgermeister Otto von Guericke (1602 – 1686) – ja, das ist der mit den Magdeburger Halbkugeln – machte nicht nur Versuche zum Druck sondern auch zur Reibungselektrizität. Seine um 1660 gebaute Elektrisiermaschine enthält eine Kugel aus Schwefel auf einem Tuch, wie in Abbildung 2 gezeigt ist. Er sieht die an der Kugel beobachteten anziehenden (elektrostatischen) Kräfte auch als Ursache für die anziehenden Kräfte im Kosmos.

Der am Hofe von Ludwig XIV tätige französische Naturforscher Charles François de Cisternay du Fay (1698 – 1739) entdeckte 1733 zwei Arten von Elektrizität, welche er als Glaselektrizität und Harzelektrizität bezeichnete. Er erkannte ausserdem, dass sich die beiden Arten von Elektrizität gegenseitig neutralisieren konnten.

Der erste deutsche Professor für Experimentalphysik, Georg Christoph Lichtenberg (1742 – 1799), war es schliesslich, der – Benjamin Franklin folgend, die Begriffe positive und negative Elektrizität einführte und für die beiden Arten die mathematischen Symbole Plus und Minus verwendete.



Abbildung 1  
Thales von Milet,  
~624 bis ~546 v.  
Chr. Quelle:  
[commons.wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org)



Abbildung 2 Otto von Guericke  
und seine Schwefelkugel. Quelle:  
[de.wikipedia.org](https://de.wikipedia.org)

### 10.3 Elektrische Ladung – ein Schulversuch

Zwei elektrisch geladene Körper treten miteinander in Wechselwirkung. Dies soll anhand eines Experiments gezeigt werden. Dazu wird ein Holundermark Kügelchen an einem Nylonfaden aufgehängt. Anschliessend reibt man einen Plexiglasstab an einem Fell und bringen ihn in die Nähe des Kügelchens. Es passiert zunächst nichts, bis eine Berührung stattfindet. Nach dieser wird das Kügelchen vom Plexiglasstab abgestossen (Abbildung 3 links).

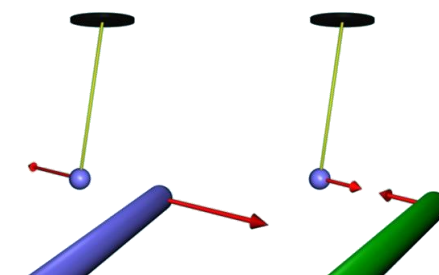


Abbildung 3 Schematische Darstellung elektrostatischer Kräfte zwischen einem Holundermarkkugeln und einem geladenen Stab.

Was ist passiert? Durch das Reiben des Plexiglasstabes am Fell wurden der Plexiglasstab und das Fell aufgeladen. Berührt man das Holundermark Kügelchen mit dem geladenen Plexiglasstab, so wandern offensichtlich Ladungen vom Plexiglasstab zum Kügelchen. Damit erhält das Holundermarkkugeln die gleiche Ladung wie der Plexiglasstab. Da nun zwischen dem Kügelchen und dem Plexiglasstab eine abstossende Wirkung eintritt (Abbildung 3 rechts) ist, können wir feststellen, dass sich gleichnamige Ladungen offensichtlich abstossen.

Reibt man nun einen Kunststoffstab am Fell und bringt diesen in die Nähe des noch geladenen Holundermark Kügelchens, wird eine anziehende Kraft zwischen Kügelchen und Kunststoffstab sichtbar. Offensichtlich trägt der Kunststoffstab nach dem Reiben am Fell nicht die gleiche Ladung wie der Plexiglasstab hatte. Und offensichtlich wirkt zwischen diesen verschiedenen Ladungstypen eine anziehende Wechselwirkung.

Lädt man beide Stäbe mit dem Fell auf und bringt diese zusammen, zeigt sich bei einer Berührung des Holundermarkkugeln keine Wirkung. Offensichtlich haben sich die beiden geladenen Stäbe gegenseitig neutralisiert. Mit diesem Versuch bestätigen sich die die Beobachtungen von Dufay von 1733.

### 10.4 Reibungselektrizität

Was aber passiert genau beim "Aufladen" eines Körpers durch Reibung? Dazu ist zunächst ein tieferer Blick in den Aufbau von Stoffen nötig, bevor die Vorgänge genauer betrachtet werden.

#### 10.4.1 Aufbau von Stoffen

An dieser Stelle interessiert nun, wie denn genau ein Körper durch Reibung elektrisch aufgeladen werden kann. Dazu muss man den Aufbau von Stoffen auf kleinster Ebene betrachten. Aufgrund der Beweglichkeit eines Teils ihrer Elektronen innerhalb eines Stoffes lassen sich Substanzen in mehrere Kategorien einteilen. Zwei davon sind für das Verständnis der Reibungselektrizität relevant<sup>1</sup>.

In Isolatoren oder Nichtleitern sind die negativen La-

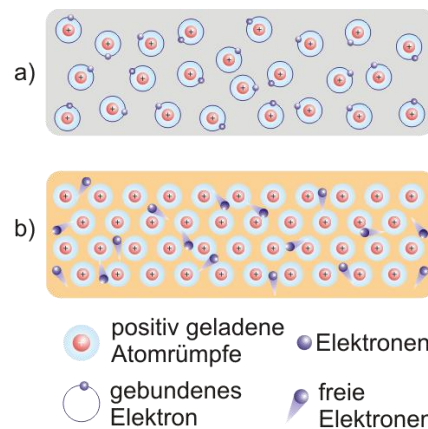


Abbildung 4 Schematische Darstellung der Unterschiede eines Isolators und eines Leiters auf atomarer Ebene.

<sup>1</sup> Daneben gibt es auch noch die Supraleiter und die Halbleiter. Doch davon im nächsten Kapitel mehr.

dungen (die Elektronen) fest an die positiv geladenen Atomrümpfe gebunden und nicht frei beweglich, wie das in Abbildung 4a illustriert ist. Zu den Isolatoren gehören z.B. die meisten Nichtmetalle.

Bei Leitern, wobei es sich dabei vorwiegend um Metalle handelt, verhält es sich genau umgekehrt zu den Isolatoren. Die negativen Ladungen des Materials (Elektronen) sind teilweise frei beweglich (Abbildung 4b) und können sogar zur gerichteten Bewegung gebracht werden, was man dann als elektrischen Strom bezeichnet.

Im Normalfall ist ein Körper elektrisch neutral. Er trägt also genauso viele positive wie negative Ladungen!

### 10.4.2 Trennung elektrischer Ladungen

Bringt man zwei aus verschiedenen Materialien bestehende Körper in engen Kontakt zueinander, so kommt es an der Berührungsfläche aufgrund unterschiedlicher elektrischer Eigenschaften der beiden Materialien zum Austausch von Elektronen, wie das in Abbildung 5 schematisch dargestellt ist. Dadurch entsteht auf der einen Seite ein Elektronenüberschuss (das Material trägt nun eine negative Gesamtladung) und auf der anderen Seite ein Elektronenmangel (das Material trägt eine positive Gesamtladung). Diesen Vorgang nennt man Berührungselektrizität.

Ein Reiben der beiden Stoffe ist für diesen Prozess nicht erforderlich, jedoch nähern sich durch das Reiben erheblich grössere Bereiche der wirklichen Oberflächen der beiden Stoffe auf den erforderlichen kleinen Abstand an, wodurch der Effekt verstärkt wird.

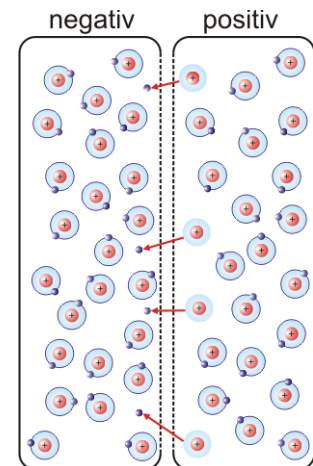


Abbildung 5 Schematische Darstellung der Vorgänge bei der Berührungselektrizität.



Wichtig ist festzustellen, dass keine Ladung erzeugt wird – sie wird lediglich umverteilt. Die Ladung bleibt erhalten!

### 10.4.3 Der Van de Graaff Generator

Die Erzeugung von genügend Reibungselektrizität von Hand ist relativ mühsam. 1929 erfand der amerikanische Physiker Robert Jemison Van de Graaff (1901 bis 1967) den nach ihm benannten Bandgenerator<sup>2</sup>. In ist die Funktionsweise eines Bandgenerators schematisch dargestellt. Ein umlaufendes Kunststoffband reibt an einem Metallkamm, welcher mit einer Metallkugel leitend verbunden ist. Das Band lädt sich dadurch negativ auf und trägt die negative Ladung nach unten zu einem zweiten Kamm (z.B. Filz), wo sie abgegriffen wird. Ein positiv geladenes Band läuft nun wieder nach oben um wieder negative Ladungen aufzunehmen. Der Hohlkugel werden also laufend negative Ladungen entzogen, wodurch sie sich positiv auflädt.

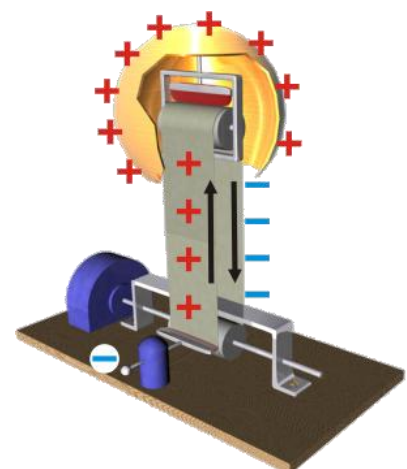


Abbildung 6 Van de Graaff Generator

<sup>2</sup> Es ging ihm dabei allerdings nicht um die Erzeugung von Reibungselektrizität an sich, wie z.B. Guericke. Vielmehr wollte er hohe Gleichspannungen erzeugen.

## 10.5 Nachweis elektrischer Ladung mit dem Elektroskop

Zum Nachweis elektrischer Ladungen haben die Naturforscher schon bald einmal das Elektroskop erfunden. Man macht sich dabei zunutze, dass sich gleichnamige Ladungen abstoßen.

Das in Abbildung 7 dargestellte Elektroskop besteht im Prinzip aus einem Metallteller zum Aufbringen der Ladungen und aus einem, an einer am Metallring befestigten Aufhängung mit drehbar gelagertem Zeiger. Der Ring ist von der Aufhängung durch einen Isolator entkoppelt. Bringt man nun z.B. Elektronen auf den Metallteller auf, so verteilen sich diese aufgrund ihrer gegenseitigen Abstoßung auf der Aufhängung und auf dem Zeiger. Letzterer ist damit gleich geladen wie die Aufhängung und wird dadurch abgestossen. Das Elektroskop schlägt aus.

Natürlich hätte man das Elektroskop auch positiv aufladen können. Dann wären aber Elektronen vom Metall des Elektroskops abgeflossen – z.B. auf einen positiv geladenen Stab. Zurück bliebe ein Elektroskop mit Elektronenmangel, also positiv geladen.

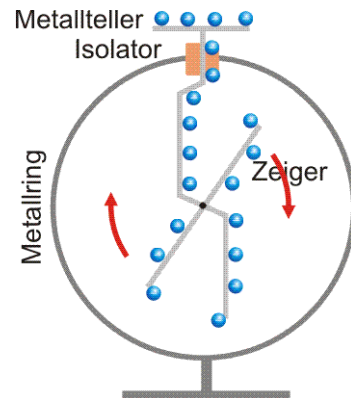


Abbildung 7 Elektroskop mit illustrierter Funktionsweise.



Wichtig ist zu sehen, dass man am Elektroskop nur einen Zeigerausschlag beobachten und somit auf die Menge der Ladung schliessen kann – ein Rückschluss auf die Art der Ladung ist unmöglich.

### 10.5.1 Wo sitzen elektrische Ladungen?

Gleichnamige Ladungen versuchen aufgrund der gegenseitigen Abstoßung, den grössten möglichen Abstand voneinander einzunehmen. Dies hat Auswirkungen auf den Aufenthaltsort der Ladungen eines geladenen Körpers. So sitzen Ladungen bei Hohlkörpern an den Aussenflächen, wohingegen an den Innenflächen keine Ladungen vorhanden sind.

Besonders an Orten mit geringer Krümmung (z.B. Kanten oder Ecken) ist die Ladungsdichte sehr hoch. Bei genügend hoher Ladungsdichte können die Ladungen in die Umgebung abgesprüht werden (Spitzenwirkung).

## 10.6 Berührungsfreies Aufladen von Körpern

### 10.6.1 Elektrostatische Influenz

In Abbildung 8a sind zwei Metallkugeln dargestellt, welche sich berühren. Wird nun ein geladener Stab in die Nähe der beiden Kugeln gebracht, so kommt es zu einer Verschiebung der freien Ladungsträger. Ist der Stab positiv geladen, so werden sich Elektronen der beiden Metallkugeln zum Stab hinbewegen. Auf der linken Kugel sammelt sich so ein negativer Ladungsüberschuss an auf der rechten Kugel ein Positiver. Nun trennt man die beiden Ku-

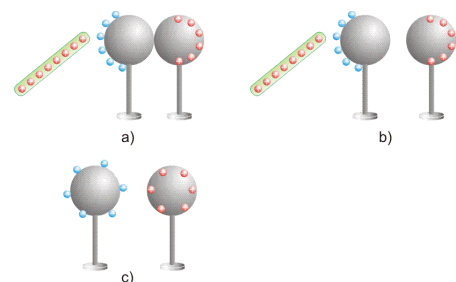


Abbildung 8 Ladung zweier Metallkugeln durch Influenz

geln voneinander (Abbildung 8b) und entfernt anschliessend den Stab (Abbildung 8c). Die Ladungstrennung bleibt erhalten.



Die berührungsfreie Ladungstrennung durch den Raum auf einem elektrisch leitfähigen Material (Metall) nennt man *Influenz*.

Die Erde kann in den meisten Fällen als unendlich grosser Leiter angesehen werden. Berührt ein Leiter die Erde, so bezeichnet man ihn als *geerdet*. Man kann einen Leiter auch mit Hilfe der Erde durch elektrostatische Influenz aufladen, wie in Abbildung 9 gezeigt ist.

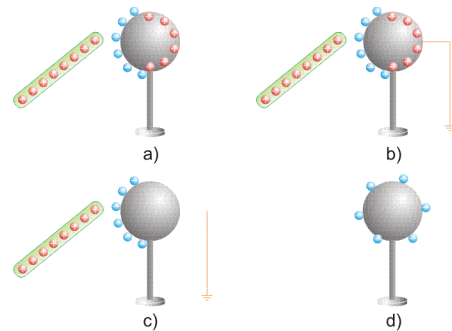


Abbildung 9 Ladung einer Metallkugel durch Influenz und Erdung.

## 10.6.2 Elektrostatistische Polarisation

### 10.6.2.1.1 Elektrischer Dipol

Unter einem elektrischen Dipol versteht man eine Anordnung aus zwei entgegengesetzt gleich grossen Ladungen, wie in Abbildung 10a illustriert ist.

Es könnte sich hierbei z.B. um zwei gleichstark geladene Metallkugeln handeln, welche über einen isolierenden Stab miteinander verbunden sind. Man braucht aber auch gar nicht so abstrakt zu denken: Sehr viele Moleküle sind von Natur aus Dipole (sog. Dipolmoleküle), weil die Schwerpunkte von positiven und negativen Ladungen nicht zusammenfallen. Ursache sind polare Atombindungen. Wasser etwa ist so ein Beispiel (Abbildung 11).

Schematisch werden Dipolmoleküle dargestellt wie in Abbildung 10b gezeigt ist.

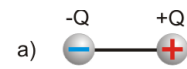


Abbildung 10 Elektrischer Dipol

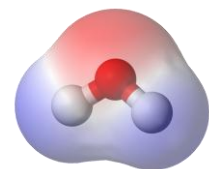


Abbildung 11 Wassermolekül mit symbolisierten Partialladungen. Quelle: Wikipedia

### 10.6.2.1.2 Polarisation

Moleküle können zu Dipolen gemacht werden. Wird z.B. eine negative Ladung einem Atom oder Molekül genähert, so werden dessen positive und negative Ladungen in unterschiedliche Richtungen gezerrt, wodurch ein Dipol entsteht. Dieser Vorgang ist in Abbildung 12 für ein Atom illustriert. Dieser Ladungsverschiebung innerhalb eines Atoms oder eines Moleküls sagt man Polarisation<sup>3</sup>.

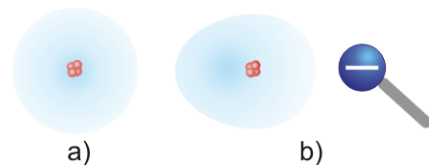


Abbildung 12 Ungestörtes Atom a): Die Ladungsschwerpunkte von positiver und negativer Ladung fallen zusammen. In b) kommt es aufgrund des Einflusses der negativen Ladung zu einer Verschiebung der Elektronenwolke – das Atom wird polarisiert.

<sup>3</sup> Achtung: Der Unterschied zur Influenz besteht gerade darin, dass bei dieser Ladungen *getrennt* werden, wohingegen bei der Polarisation Ladungen lediglich geringfügig *verschoben* werden! Diese Art von Polarisation wird deshalb auch Verschiebungspolarisation genannt.

Besteht ein Isolierstoff aus Dipolmolekülen, so zeigen diese im Stoff in alle möglichen Richtungen. Nähert man einem Isolierstoff eine Ladung, so werden seine Moleküle oder Atome spätestens jetzt zu Dipolen polarisiert, welche sich entsprechend der äusseren Ladung ausrichten, wie in Abbildung 13 gezeigt ist.

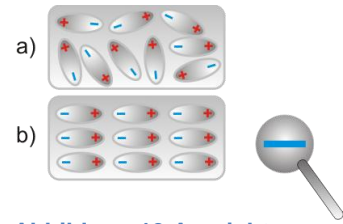


Abbildung 13 Ausrichten von Dipolmolekülen eines Isolierstoffes aufgrund einer äusseren Ladung.

### 10.7 Das Gesetz von Charles Coulomb

Unsere bisherigen Betrachtungen waren rein qualitativer Natur. Natürlich interessiert auch, wie sich die Kräfte zwischen den Ladungen denn quantitativ verhalten. Der Engländer Joseph Priestley (1733 – 1804) war der Erste, welche die Vermutung äusserte 1767, dass die elektrostatischen Kräfte – genauso wie die Gravitationskraft – umgekehrt proportional zum Abstand der Ladungen sein müsste.

Der französische Physiker Charles Coulomb (1736 – 1806) verwendete zwischen 1784 und 1785 eine Torsionswaage (Abbildung 15), um die Kraft zwischen ruhenden elektrischen Ladungen zu untersuchen. Seine experimentellen Resultate veröffentlichte er 1785.

Er fand heraus, dass der Betrag der elektrostatischen Kraft zwischen zwei kugelsymmetrischen Ladungen proportional zum Produkt der beiden Ladungsmengen und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands der beiden Ladungsmittelpunkte ist. Mathematisch ausgedrückt:



$$F_C = K \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \quad (10.1)$$

Die Buchstaben q respektive Q stehen in der Elektrizitätslehre als Symbole für die Ladung. Der Zusammenhang (10.1) ist in Abbildung 16 nochmals schematisch gezeigt. Daraus lässt sich erkennen, dass das Vorzeichen der mit (10.1) berechneten Kraft angibt, ob sich die betrachteten Ladungen anziehen (negatives Vorzeichen) oder abstossen (positives Vorzeichen).

Über die Proportionalitätskonstante K sollen an dieser Stelle nicht viele Worte verloren werden. Nur soviel: Sie setzt sich wie folgt aus weiteren Naturkonstanten zusammen

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad (10.2)$$

Das Symbol  $\epsilon$  steht für die Permittivität<sup>4</sup> eines Materials und entspricht dem Produkt der Permittivität des Vakuums  $\epsilon_0$  und der relativen Permittivität  $\epsilon_r$  des Materials zwischen den Ladungen:

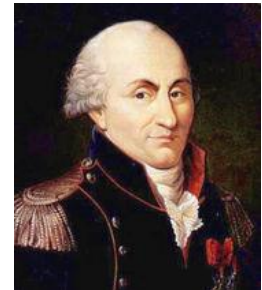


Abbildung 14 Charles Augustin de Coulomb (1736 - 1806)

Quelle: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

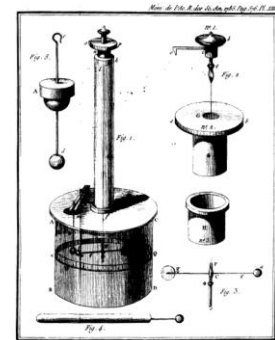


Abbildung 15 Torsionswaage, mit der Coulomb seine Versuche gemacht hat. Quelle: Wikipedia

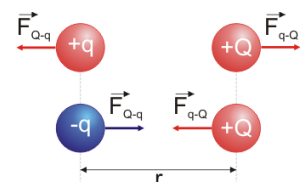


Abbildung 16 Graphische Darstellung des Coulomb – Gesetz.

<sup>4</sup> Veraltete Bezeichnung: Dielektrizitätszahl

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \tag{10.3}$$

Die Permittivität des Vakuums (auch elektrische Feldkonstante genannt)  $\epsilon_0$  beträgt

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{m^2 N}$$

Die Permittivität ist nichts anderes als ein Mass dafür, wie gut ein Stoff polarisiert werden kann. Tabelle 1 gibt kleine Übersicht über relative Permittivitäten.

**Tabelle 1 Relative Permittivitäten einiger Stoffe.**

Medium	$\epsilon_r$
Vakuum	1.0
Luft	1.00059
Hartgummi	3.5
Papier	1 – 4
Wasser	80.1

Zu Ehren von Charles Coulomb trägt die Einheit der Ladung seinen Namen. Die Abkürzung für die Ladungseinheit ist das C:

$$Q = C \tag{10.4}$$

Zur Veranschaulichung, wie viel denn ein Coulomb ist: Ein Coulomb ist diejenige Ladung, die auf eine gleich grosse Ladung in einem Meter Abstand die Kraft vom Betrag

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{C^2}{m^2} = 8.998 \cdot 10^9 N$$

ausübt.

### 10.8 Die Elementarladung

Der amerikanische Physiker Robert Millikan (1868 – 1953) hat mithilfe seines berühmten Öltröpfchenversuchs 1910 haben gezeigt, dass alle Ladungen ein ganzzahliges Vielfaches der Elektronenladung sind. Die Ladung des Elektrons ist also nicht weiter teilbar. Es handelt sich um eine Elementarladung. Dieser Ladung hat Millikan das Symbol "e" gegeben. Der Wert dieser kleinsten Ladung beträgt

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$$

Jeder geladene Körper trägt ein ganzzahliges Vielfaches dieser Ladung, wobei auch negative Vorzeichen vorkommen können. So beträgt die Ladung des Elektrons  $q_e = -e = -1.602 \cdot 10^{-19} C$ .

Die elektrische Ladung ist eine Erhaltungsgrösse. Innerhalb eines Systems bleibt die Gesamtsumme der Ladung konstant!

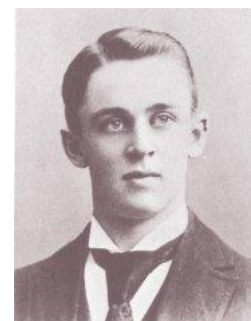


Abbildung 17 Robert Andrews Millikan (1868 – 1953).  
Quelle: Wikipedia

### 10.9 Das elektrische Feld

Die Kraft zwischen elektrischen Ladungen hängt explizit vom Abstand ab. Man steht vor dem Problem, wie denn die Kraft zwischen zwei Ladungen vermittelt wird. Der irische Physiker Robert Boyle (1627 – 1692) hat 1675 bemerkt, dass die Kraft zwischen Ladungen auch im Vakuum übertragen wird.



Abbildung 18 Robert Boyle (1627 – 1692).  
Quelle: Wikipedia

### 10.9.1 Das elektrische Feld - Definition

Um der Lösung auf die Spur zu kommen stellen wir uns eine positive Ladung  $Q$  vor. Um diese Ladung  $Q$  herum platzieren wir eine sehr viel kleinere positive Ladung  $q$  (sogenannte Probeladung). An jedem Ort des Raumes wird nun der Betrag und die Richtung der elektrostatischen Kraft von  $Q$  auf  $q$  eingezeichnet, wie das in Abbildung 19 für einzelne Orte gemacht wurde.

Er ergeben sich viele Vektoren. Der Mathematiker sagt dazu Vektorfeld. Nun machen wir die elektrostatische Kraft in Abbildung 19 unabhängig von der Probeladung, indem wir sie durch selbige teilen:

Damit wird jedem Raumpunkt um  $+Q$  eine Eigenschaft zugeordnet, welche man als elektrisches Feld  $E$  bezeichnet:



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (10.5)$$

Wie die elektrostatische Kraft ist auch das elektrische Feld eine vektorielle Grösse. Liegt anstelle einer positiven Ladung  $+Q$  eine negative Ladung  $-Q$  vor, so verändert sich Abbildung 19 wie in Abbildung 20 dargestellt.

Die Einheit des elektrischen Feldes ergibt sich aus (10.5) zu

$$E = \frac{F}{q} = \frac{N}{C} = \frac{V}{m} \quad (10.6)$$

Die Tabelle 2 gibt die Grössenordnung einiger elektrischer Felder auf der Erde wieder.

Tabelle 2 In unserer Umgebung vorkommende elektrische Felder.

	$E \text{ [NC}^{-1}\text{]}$
Stromleitung in Wohnhäusern	$10^{-2}$
In der Atmosphäre	$10^2$
Unter einer Gewitterwolke	$10^4$
Am Ort des Elektrons eines Wasserstoffatoms	$6 \cdot 10^{11}$

### 10.9.2 Das elektrische Feld einer Punktladung - Berechnung

Wie das elektrische Feld einer Punktladung aussieht, haben wir in Abbildung 19 und Abbildung 20 gesehen. Jetzt wollen wir den Betrag des elektrischen Feldes um eine Punktladung berechnen, indem wir (10.5) anwenden:

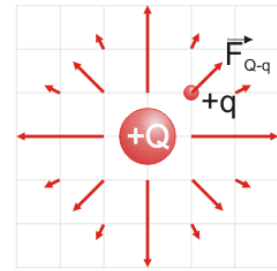


Abbildung 19 Elektrostatische Kraft einer Ladung  $+Q$  auf eine Probeladung  $+q$  an verschiedenen Raumpunkten.

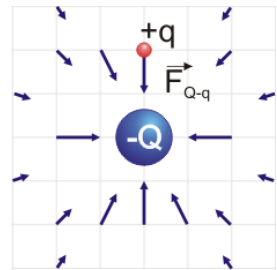


Abbildung 20 Elektrostatische Kraft einer Ladung  $-Q$  auf eine Probeladung  $+q$  an verschiedenen Raumpunkten.

$$E_{\text{Punktladung}} = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}. \quad (10.7)$$

Geht ganz einfach – allerdings nur an diesem Beispiel. Im Allgemeinen gehört die Berechnung elektrischer Felder von nicht punktförmigen Ladungsanordnungen nicht zu den einfachsten Dingen.

### 10.9.3 Die elektrischen Feldlinien

Sie haben bereits bemerkt: Die Darstellung von elektrischen Feldern ist relativ mühsam, weil man haufenweise Pfeile zunächst berechnen und dann zeichnen muss. Es gibt allerdings noch eine alternative Darstellungsweise. Dazu verbindet man einfach die einzelnen Vektoren miteinander. Es entstehen Linien, zu welchen die bisherigen Vektoren die Tangenten bilden. Die ursprüngliche Richtung der Vektoren wird auf die Linien übertragen. Diesen Linien sagt man dann elektrische Feldlinien.

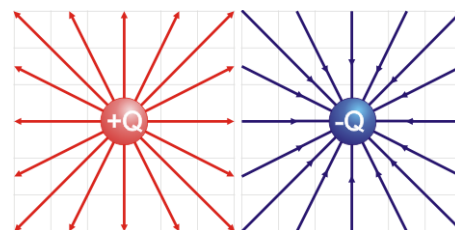


Abbildung 21 Feldlinien einer positiven und einer negativen Punktladung.

### 10.9.4 Das elektrische Feld eines Dipols

Wir bringen zwei gleichgrosse aber entgegengesetzte Ladungen +Q und -Q in die Nähe zueinander. Wie sieht das Vektorfeld dieser Anordnung aus? Wieder benutzen wir dazu eine positive Probeladung q, welche wir an verschiedenen Raumpunkten hinstellen. Für einen Punkt ist das in Abbildung 22 gemacht worden. Die Probeladung erfährt an jedem Punkt zwei Kräfte, welche sich zu einer Gesamtkraft überlagern. Diese Gesamtkraft wird durch den Betrag der Probeladung dividiert, um das resultierende elektrische Feld zu berechnen:

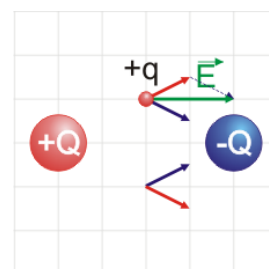


Abbildung 22 Addition zweier Vektorfelder zum Gesamtfeld. Dargestellt

$$\vec{E}_{\text{ges}} = \frac{\vec{F}_{\text{ges}}}{q} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q} + \frac{\vec{F}_2}{q} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (10.8)$$

Man sieht: Die Feldstärken einzelner Felder addieren sich vektoriell!

Wenn man obige Vorschrift für jeden Raumpunkt ausführt und dann wiederum Feldlinien bildet, so entsteht ein Bild wie in Abbildung 23a gezeigt. Analog ergibt sich für zwei gleichnamige Ladungen ein Feldlinienbild, wie in Abbildung 23b dargestellt ist.

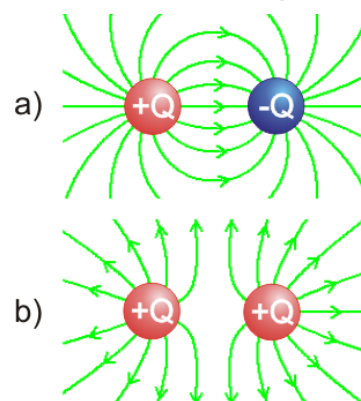


Abbildung 23 Feldlinienbilder eines Dipols a) und gleichnamiger Ladungen b).

### 10.9.5 Feldlinien – sichtbar gemacht

Es stellt sich die berechtigte Frage, ob die elektrischen Feldlinien nur ein theoretisches Konstrukt darstellen oder ob man diese auch sichtbar machen kann. In einem Experiment wird Öl mit Grieskörnern versetzt. Anschliessend werden gewünschte Elektroden eingetaucht und mit Hilfe einer Influenzmaschine aufgeladen. Es ergeben sich Bilder wie in Abbildung 24. Es ist jeweils das Grieskornbild und darunter das Feldlinienbild dargestellt. Wichtig ist zu sehen, dass im realen Bild die Richtungsinformation der Feldlinien verloren geht. Es könnte sich z.B. beim Grieskornbild in Abbildung 24b) auch um das Feld zweier negativer Ladungen handeln.

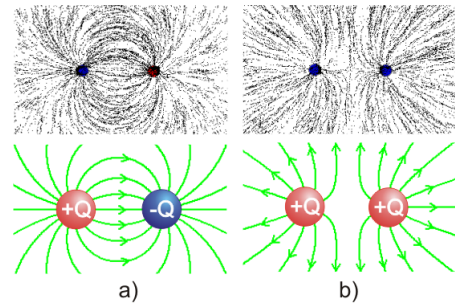


Abbildung 24 Grieskorn und Feldlinienbild eines Dipols a) und zweier gleichnamiger Ladungen b).

### 10.9.6 Eigenschaften elektrischer Feldlinien

Fassen wir die bisherigen Erkenntnisse zum elektrischen Feld mal zusammen:

- Eine Ladung erzeugt ein elektrisches Feld  $E$  im ganzen Raum. Dieses Feld erzeugt die elektrostatische Kraft auf andere vorhandene Ladungen und wird z.B. mittels sogenannter Feldlinien veranschaulicht.
- Die elektrischen Feldlinien zeigen von positiven Ladungen weg und zu negativen hin (eine Konsequenz der als positiv definierten Probeladung → 10.9.1)
- Um eine einzelne Punktladung herum sind die Feldlinien kugelsymmetrisch verteilt (in der Ebene natürlich radialsymmetrisch → Abbildung 21)

Folgenden Aussagen ergeben sich bei genauerer Betrachtung zusätzlich:

- Die Anzahl der Feldlinien, die von einer positiven Ladung ausgehen oder auf einer negativen enden, ist proportional zur Grösse der Ladung.

Natürlich gehen von jeder Ladung eigentlich unendlich viele Feldlinien aus. Damit aufgrund des Feldlinienbildes aber quantitative Aussagen möglich sind, muss man einen Massstab festlegen. So kann man als Beispiel für ein Bild definieren, dass für jedes Coulomb acht Feldlinien von der Ladung ausgehen oder auf ihr enden sollen. Beträgt eine Ladung dann  $-1$  Coulomb, so müssen an dieser entsprechend 8 Feldlinien enden (Abbildung 25).

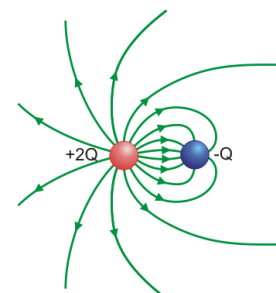


Abbildung 25 Die Anzahl der Feldlinien, welche von einer Ladung ausgehen oder auf ihr enden ist proportional zur Ladung.

- In grosser Entfernung wirkt ein System von Ladungen wie eine einzige Punktladung, deren Grösse der Gesamtladung des Systems entspricht.

Das kann man sich so vorstellen: eine positive Ladung +2C und eine negative Ladung -1C sind in einem geringen Abstand voneinander angeordnet. Von weit weg betrachtet, sieht man insgesamt nur eine Ladung von +1C (Abbildung 26).

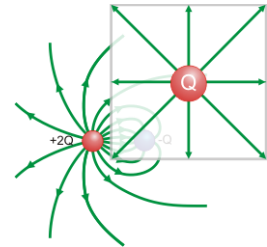


Abbildung 26  
Ladungsanordnung aus der Ferne betrachtet.

- Die Dichte der Feldlinien ist ein Mass für die Stärke des Feldes.

Die Anzahl der Feldlinien, welche von einer Ladung ausgehen sei  $N$ . Die Dichte der Feldlinien im Abstand  $r$  vom Ladungsmittelpunkt beträgt somit  $\frac{N}{A_{Kugel}} = \frac{N}{4\pi r^2}$ ; nimmt also mit  $r^2$  ab (Abbildung 27).

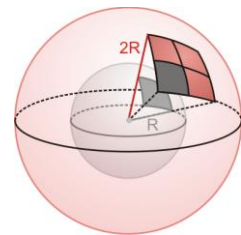


Abbildung 27  
Verdoppelt sich der Radius einer Kugel, so vervierfacht sich ihre Oberfläche.

- Die elektrischen Feldlinien stehen immer senkrecht auf einer Leiteroberfläche.

Was würde geschehen, wenn dem nicht so wäre. Dann würde auf eine Ladung aufgrund des elektrischen Feldes eine Kraft entlang der Leiteroberfläche wirken, wie das in Abbildung 28 dargestellt ist und die Ladung solange verschieben, bis die Feldlinie senkrecht steht.

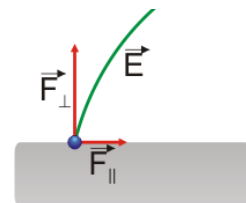


Abbildung 28  
Elektrische Feldlinien stehen immer senkrecht auf einem Leiter!

## 10.10 Elektrische Felder spezieller Ladungsanordnungen

Die folgenden Unterabschnitte behandeln die elektrischen Felder einiger Spezialfälle und die Folgen für den Alltag.

### 10.10.1 Das Feld einer geladenen Metallkugel

Das Feld einer geladenen Metallkugel mit Radius  $R$  sieht ausserhalb derselben aus, wie das einer Punktladung mit Schwerpunkt im Kugelmittelpunkt:

$$E_{Kugel} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad r \geq R \quad (10.9)$$

An der Oberfläche einer geladenen Kugel beträgt das elektrische Feld somit

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{R^2} \quad (10.10)$$

Jetzt wird es interessant – also noch interessanter als es ohnehin schon ist: Je kleiner der Radius der Kugel ist, umso grösser ist dort das elektrische Feld. Und wo

ist der Radius jeweils besonders klein? An Ecken, Kanten oder Spitzen! Deshalb treten gerade dort hohe Feldstärken auf (Abbildung 29). Ein Blitz sucht sich für seinen Einschlag den Ort höchster Feldstärke aus. Während eines Gewitters mit dem Regenschirm rumzulaufen zeugt nicht gerade von viel Sachverstand. Die Spitze des Regenschirms hat einen kleinen Krümmungsradius – den Rest können Sie sich denken.

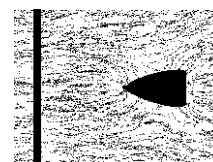


Abbildung 29  
Spitzenwirkung

Diese sogenannte Spitzenwirkung ist auch für das Auftreten der Elmsfeuer verantwortlich, einem Funkenschlag an hohen Gegenständen. Es kann an Kirchtürmen, Schiffsmasten, Tragfläche oder an Stacheldrahtzäunen auftreten. Achtung: Ein Elmsfeuer bedeutet immer höchste Blitzschlaggefahr! Wenn Sie ein solches Elmsfeuer in ihrer unmittelbaren Umgebung wahrnehmen, ihnen eventuell sogar sprichwörtlich die Haare zu Berge stehen, dann machen Sie, dass Sie wegkommen! Sie sind in Lebensgefahr!

### 10.10.2 Das Feld einer geladenen Hohlkugel

Das Feld einer positiv geladenen dünnen Hohlkugel aus Metall sieht aus wie in Abbildung 30 dargestellt. Im Innern der Kugel ist das elektrische Feld gleich null – es gibt dort keine Feldlinien. Ausserhalb der Hohlkugel sieht das elektrische Feld aus, wie das einer Punktladung, deren Ladungsschwerpunkt im Mittelpunkt der Kugel liegt. Mathematisch ausgedrückt heisst das für das elektrische Feld einer Hohlkugel:

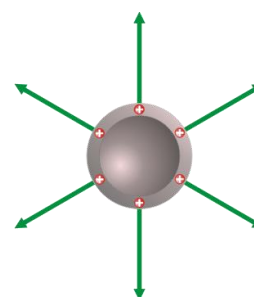


Abbildung 30  
Elektrisches Feld einer positiv geladenen Hohlkugel.

$$E_{\text{Hohlkugel}} = 0 \quad r < R$$

$$E_{\text{Hohlkugel}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad r > R \quad (10.11)$$

Dabei ist  $R$  der Radius der Kugel.

### 10.10.3 Das elektrische Feld eines Plattenkondensators

Ein Kondensator besteht aus zwei planparallelen leitenden Platten, welche entgegengesetzt gleich aufgeladen sind, wie das in Abbildung 31 gezeigt ist. Das spezielle an dieser Anordnung ist, dass die elektrischen Feldlinien im Innern eines solchen Plattenkondensators parallel und in gleichem Abstand zueinander verlaufen – das elektrische Feld ist homogen. Der Aussenraum ist bei einem Kondensator feldfrei, abgesehen von Randeffekten.

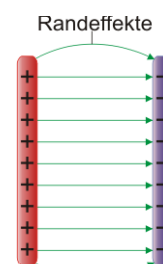


Abbildung 31  
Elektrisches Feld eines Plattenkondensators.

Der Betrag des elektrischen Feldes berechnet sich zu

$$E_{\text{Plattenkondensator}} = \frac{Q}{\epsilon A}, \quad (10.12)$$

wobei wir auf das "wie" der Berechnung an dieser Stelle verzichten.

Aus den in diesem Abschnitt behandelten Ladungsanordnungen lässt sich allerdings folgender allgemeingültiger Sachverhalt ableiten:



Die Feldstärke  $E$  ist immer proportional zur felderzeugenden Ladung  $Q$ .

### 10.10.4 Der Faraday – Käfig

Beim Faraday – Käfig handelt es sich im einfachsten Fall um eine Metallbüchse oder einen Metallkäfig. Wird ein solcher in ein elektrisches Feld gebracht, so verschieben sich in ihm durch Influenz die beweglichen Ladungen, so dass der Innenraum des Käfigs frei von einem elektrischen Feld wird, wie das in Abbildung 32 dargestellt ist. Natürlich gilt das für jede Form des elektrischen Feldes. Der Begriff Faradayscher Käfig geht auf den Engländer Michael Faraday (1791 – 1867) zurück. Auf ihn werden wir im Abschnitt Magnetismus nochmals zu sprechen kommen. Das dargestellte Prinzip in Abbildung 32 hat zur Folge, dass Insassen in einem Fahrzeug vor einem Blitzschlag geschützt sind – der Innenraum ist stets feldfrei, selbst bei einem Blitzschlag. Das gilt natürlich auch für das Flugzeug, das in Abbildung 33 beim Start vom Blitz getroffen wird. Bei der Installation eines Blitzableiters werden am Haus an Kanten Leitungen bis ins Erdreich gelegt. Dadurch steht das Haus quasi in einem metallenen Käfig und ist so geschützt.

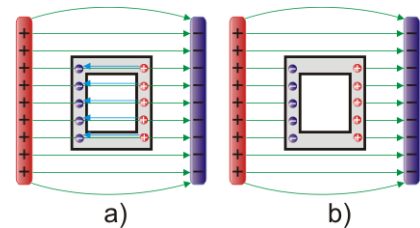


Abbildung 32 Entstehung des feldfreien Raums in einem Faraday – Käfig.



Abbildung 33 Ein Blitz schlägt in ein startendes Flugzeug ein. Quelle: YouTube.

### 10.11 Die elektrische Spannung

Nun kommen wir zum sehr wichtigen und weithin bekannten Begriff der elektrischen Spannung. Doch was ist das eigentlich?

Zur Klärung betrachten wir Abbildung 34. Eine positive elektrische Ladung  $+q$  befindet sich im homogenen elektrischen Feld  $E$ . Sie erfährt dadurch eine elektrostatische Kraft  $F_C$ , welche sie nach rechts beschleunigt. Die Ladung bewege sich während unserer Betrachtung vom Punkt A zum Punkt B entlang des Weges  $d_{AB}$ . An der Ladung wird vom elektrischen Feld  $E$  die Arbeit  $W_E = F_C \cdot d_{AB} = q \cdot E \cdot d_{AB}$  verrichtet. Nun hängt diese Arbeit von der verschobenen Ladung ab. Wenn wir nun aber danach fragen, wie viel Arbeit pro Ladung denn vom elektrischen Feld verrichtet werden kann, dann sind wir bei der Definition der elektrischen Spannung  $U$  angekommen:

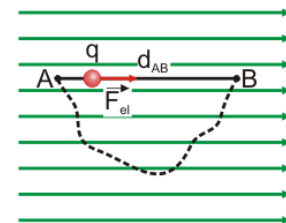


Abbildung 34 Zur Definition der Spannung.

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} \quad (10.13)$$

Unter der elektrischen Spannung  $U$  versteht man also die Arbeit, welche beim Verschieben einer Testladung  $q$  von A nach B pro Ladungseinheit verrichtet wird. Für die Einheit der Spannung ergibt sich nach (10.13) das Volt

$$U = \frac{W}{q} = \frac{J}{As} = \frac{W}{A} = V. \quad (10.14)$$

Die Einheit ist benannt nach dem italienischen Physiker Alessandro Volta (1745 – 1827), in Abbildung 35 ein Bild von ihm, der um das Jahr 1800 herum mit seiner Voltaschen Säule die erste funktionierende Batterie gebaut hat.

Bewegt man die Ladung auf einem beliebigen Weg von A nach B (gestrichelte Linien in Abbildung 34), so ändert das an der Spannung nichts, weil bei einer Bewegung senkrecht zum elektrischen Feld keine Arbeit verrichtet wird und sich dadurch auch die Arbeit nicht ändert.



Abbildung 35  
Alessandro Volta  
(1745 – 1827). Quelle:  
Wikipedia

Für das *homogene* elektrische Feld folgt durch Kombination von (10.5) und (10.13) ausserdem

$$U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{F_C d_{AB}}{q} = \frac{qEd_{AB}}{q} = E \cdot d_{AB}. \quad (10.15)$$

Die Spannung hängt nur von der elektrischen Feldstärke und dem entlang des Feldes zurückgelegten Weg ab. Anfangs und Endpunkt sind egal. Aber wie erwähnt, gilt (10.15) nur für den Fall, dass  $E$  entlang des Weges  $d_{AB}$  konstant ist!

### 10.11.1 Die Energieeinheit Elektronenvolt

Häufig wird im Zusammenhang mit geladenen Teilchen eine eigene Einheit für die Energie verwendet, welche die Teilchen im elektrischen Feld erhalten.

Dabei gilt folgende Definition: Wird ein Teilchen mit einer Ladung von  $q=e=1.6 \cdot 10^{-19} C$  durch eine Spannung von 1V beschleunigt, so besitzt es anschließend die Energie



$$E_{kin} = W_{kin} = q \cdot U = e \cdot 1V = 1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot V = 1.6 \cdot 10^{-19} J$$

## 10.12 Das elektrische Potential

In Abschnitt 10.11 wurde der Begriff der Spannung als Arbeit pro Ladung entlang eines Weges  $\overline{AB}$  im elektrischen Feld definiert. Jetzt ist da aber noch ein Problem: Die positive Ladung in Abbildung 34 bewegt sich von selbst im elektrischen Feld von A nach B – und niemals anders herum! Der Punkt A ist also irgendwie ausgezeichneter als B. Folgende Definition hilft:



Unter dem Potential  $\varphi$  eines Punktes versteht man dessen Spannung gegenüber einem willkürlich festgelegten Nullpunktes<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> So einen Referenzpunkt haben wir bereits bei der potentiellen Energie kennen gelernt. Dort darf man den Nullpunkt auch beliebig setzen, aber man muss es tun.

Der langen Rede kurzer Sinn ist also, dass sich der Punkt A auf einem höheren Potential  $\varphi$  befindet als B. Eine positive Ladung wie in Abbildung 34 bewegt sich deshalb stets von einem Ort höheren Potentials zu einem Ort tieferen Potentials.

In der Elektrostatik wählt setzt man das Potential in unendlicher Entfernung zu einer Ladungsanordnung meistens null:  $\varphi_{\infty} = 0V$ <sup>6</sup>. Damit gelangt man zu einer anderen Definition der Spannung:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B. \tag{10.16}$$

Unter Spannung versteht man also die Potentialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld.

### 10.12.1 Darstellung des elektrischen Potentials und Äquipotentiallinien

Das elektrische Potential wird häufig in 3D dargestellt. Das Potential auf der z-Achse der Grafik aufgetragen. Je nach Ladungsanordnung entstehen so "Hügellandschaften" des Potentials. AA zeigt so eine 3D Darstellung für eine Anordnung von vier verschiedenen Ladungen unterschiedlicher Stärke und Vorzeichen.

Die 3D – Darstellung liefert sehr schnell eine Übersicht zum Potential einer Ladungsverteilung, ist aber unter Umständen nicht sehr handlich für genauere Betrachtungen oder es gibt ganz einfach keine 3D – Darstellung. Dann hilft vielleicht ein Konturplot des Potentials weiter. Wenn es noch farbsparender ablaufen soll, kann man die Sache reduzieren auf die elektrischen Feldlinien und die Äquipotentiallinien. Diese markieren Orte gleichen Potentials, entsprechen also so etwas wie Höhenlinien auf Landkarten. Äquipotentiallinien verlaufen immer senkrecht zu den elektrischen Feldlinien! Eine solche Darstellung derselben Ladungsanordnung wie in Abbildung 36 ist in Abbildung 37 gezeigt.

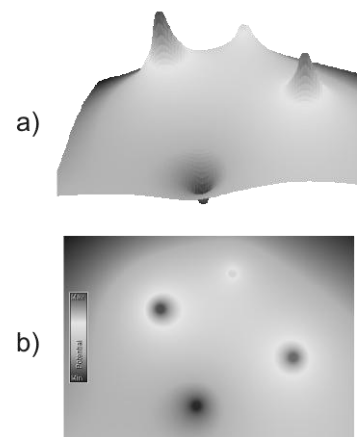


Abbildung 36 Elektrisches Potentials einer Ladungsanordnung mit vier Ladungen.

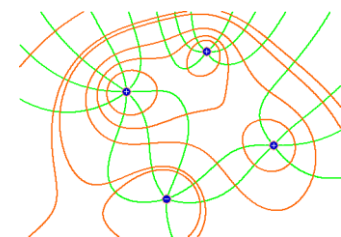


Abbildung 37 Feldlinienbild mit Äquipotentiallinien.

<sup>6</sup> In der Elektrotechnik wird als Nullpunkt meistens die Erde gewählt.